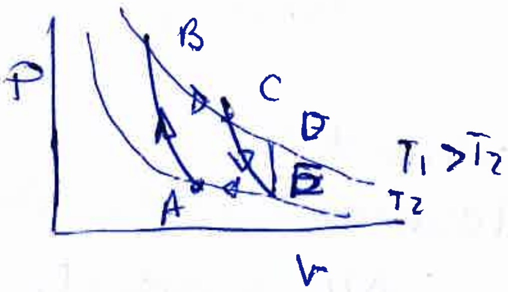
Prob 1.1

1) Procesos en sentido horario.

(1)

(a)



Es un ciclo de Carnot ABCE (dos isotermas y dos adiabáticas).

$$Q_{AB} = 0 \,, \quad Q_{CE} = 0$$

$W_{AB} > 0$ pues $V_B < V_A$ y de

$$\Delta U_{AB} = n C_V (T_1 - T_2) = W_{AB} + \overset{=0}{Q_{AB}} = W_{AB} > 0$$

se tiene $T_B > T_A$

BC) $\Delta U_{BC} = 0$ (isoterma) $\Rightarrow$ $Q_{BC} = -W_{BC}$

como $W_{BC} < 0$ (expansión) $Q_{BC} > 0$, en particular

$$W_{BC} = -\int_{V_B}^{V_C} P\,dV = -nRT_1 \int_{V_B}^{V_C} \frac{dV}{V} = -nRT_1 \ln \frac{V_C}{V_B} < 0$$

CE Como en AB, pero ahora $W_{CE} < 0$

$$W_{CE} = \Delta U_{CE} = n C_V (T_2 - T_1)$$

$$= \frac{nR\,(T_2 - T_1)}{\gamma - 1} = \frac{P_C V_C - P_E V_E}{\gamma - 1}$$

EA/ isoterma T_2

$$W_{EA} = -nRT_2 \ln \frac{V_A}{V_C} > 0$$

CD/ Es continuación de la isoterma T_1 desde B, luego

$$W_{CD} = -nRT_1 \left(\ln \frac{V_D}{V_C} + \ln \frac{V_C}{V_B} \right)$$

$$= -nRT_1 \ln \frac{V_D}{V_B}$$

DE/ isocora, $W_{DE} = 0$, $Q_{DE} = \Delta U_{DE} = nC_V (T_2 - T_1) < 0$

Rendimientos comparativos de ambos ciclos: de:

$$\eta = \frac{(-W)}{Q_{>0}}$$

$$\eta_{ABCE} = \eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{-W}{Q_{BD}}$$

$$\eta_{ABDE} = \frac{|W_{ABDE}|}{Q_{>0}} = \frac{-W}{Q_{BD}}$$ ②

verifica que: $\eta_{ABRE} < \eta_{carnot}$

ⓑ/ Proceso con dos isotermas y dos isocoras

AB/ $W_{AB} = 0$, $Q_{AB} = \Delta U_{AB} = nC_v(T_1 - T_2) > 0$

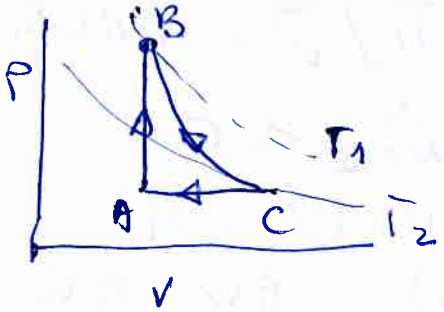
BC/ $\Delta U_{BC} = 0 \Rightarrow Q_{BC} = -W_{BC} = +nRT_1 \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) > 0$

$\left[nC_v = \frac{nR}{\gamma - 1}\right]$ CD/ $W_{CD} = 0 \Rightarrow Q_{CD} = -Q_{AB} < 0$

DA/ $\Delta U_{DA} = 0 \Rightarrow Q_{DA} = -W_{DA} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_A}{V_D}\right) < 0$

luego $\eta = \frac{-W}{Q_{AB} + Q_{BC}}$

ⓒ/



Isocora + adiabática + isobara

AB/ $W_{AB} = 0 \Rightarrow$

$Q_{AB} = \Delta U_{AB} = nC_v(T_1 - T_2) > 0$

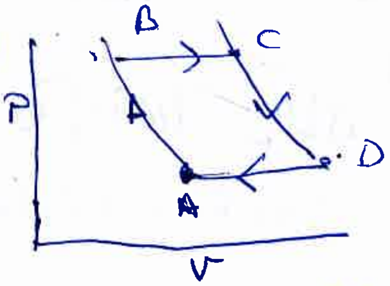
BC/ $\Delta U_{BC} = W_{BC}$, $0 = Q_{BC} \Longrightarrow W_{BC} = nC_v(T_2 - T_1) < 0$

CA/ $W_{CA} = -P_A(V_A - V_C) > 0$

$Q_{CA} = nC_p(T_A - T_1) = \Delta U_{CA} - W_{CA} < 0$

entonces $\eta = \frac{-W}{Q_{AB}}$

ⓓ/



Dos isobaras y dos adiabáticas

$\begin{cases} Q_{AB} = 0 \Rightarrow \\ W_{AB} = \Delta U_{AB} = nC_v(T_B - T_A) > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} W_{BC} = -P_B(V_C - V_B) = -nR(T_C - T_B) < 0 \quad (T_C > T_B) \\ Q_{BC} = nC_v(T_C - T_B) - W_{BC} = nC_v(T_C - T_B) + nR(T_C - T_B) > 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} W_{CD} = \Delta U_{CD} = n c_v (T_D - T_C) < 0 \\ Q_{CD} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} W_{DA} = -P_A (V_A - V_D) > 0 \\ Q_{DA} = n c_v (T_A - T_D) - \left(-P_A (V_A - V_D)\right) = \\ \quad = n c_v (T_A - T_D) + nR(T_A - T_D) < 0 \end{cases} \quad \text{pues } (T_A < T_D)$$

entonces

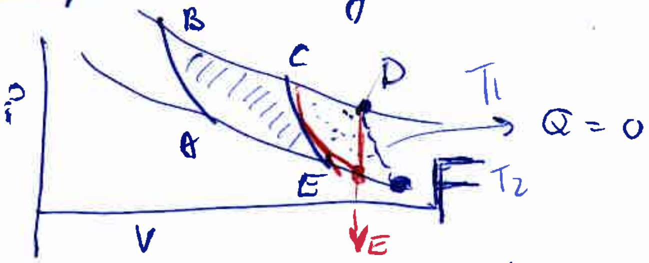
$$\eta = \frac{-W}{Q_{BC}}$$

2) Si van en sentido opuesto, todo cambia de signo.

3) El ciclo de 1) por ABCE tiene rendimiento de máquina de Carnot

$$\eta_{ABCE} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

el mismo que prolongando el ciclo por F



$$\eta_{ABDF} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \eta_{ABCE}$$

que tiene mayor área $(-W_{ABDE})$ que ~~el del~~ ciclo ABDE $\Rightarrow$

$$-W_{ABDF} > -W_{ABDE} \Rightarrow \eta_{ABDF} \overset{\text{carnot}}{>} \eta_{ABDE}$$

al intercambiarse en ambos el mismo calor absorbido Q_{BD}.

Prob. 1.2 Hay que describir cualitativamente cada evolución de cada subsistema (reversibles) (1)

1/ $Q_B = 0$ (adiabático) $\Rightarrow W_B = \Delta U_B = \frac{nR}{\gamma - 1}\Delta T_B$

Volumen total fijo $V_A + V_B = V_0 + V_0 = 2V_0 \Rightarrow \Delta V_A = -\Delta V_B$

$Q_A > 0$, $Q_A = \Delta U_A - W_A$

como las variaciones de volumen son $dV_A = -dV_B$ y cada parte evoluciona reversiblemente, igualándose presiones a ambos lados, se tiene

$$\boxed{P_A = P_B \Rightarrow} \quad \begin{array}{l} W_A = -\int P_A dV_A \\ W_B = -\int P_B dV_B = -\int P_A(-dV_A) = -W_A \end{array}$$

y $Q_A = \underbrace{nC_v\Delta T_A}_{\Delta U_A} + \underbrace{nC_v\Delta T_B}_{-W_A}$

2/ Ahora D tiene una pared diatermana dando a $T_{exterior} = T_0$, luego

$$T_D = T_0$$

equilibrio mecánico interno, como en 1/

$$P_C = P_D$$

y constancia de volumen total, como en 1/

$$V_C + V_D = 2V_0 \Rightarrow W_C = -W_D$$

da: $0 < Q_C = \Delta U_C - W_C$

pero D evoluciona a $T_D = T_0$ (cte) luego

$$W_D = -nRT_0 \ln\frac{V_D}{V_0} = nRT_0 \ln\frac{V_0}{V_D}$$

y $Q_C = \overbrace{nC_v\Delta T_C}^{\Delta U_C} + \overbrace{nRT_0 \ln\frac{V_0}{V_D}}^{-W_C}$

3/ Ahora E y F separados por diatermana, el equilibrio térmico lleva a

$$T_E = T_F$$

como la pared exterior de F es móvil, el equilibrio mecánico da $P_F = P_{ext} = P_0$

dado que E ~~no~~ varia en volumen a la presión

$$P_E = P_F = P_0 \qquad \text{(pared móvil)}$$

se tiene que intercambia trabajo y U:

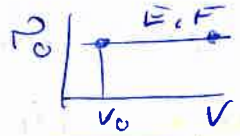
$T_E = T_F$, $P_E = P_F$ $\Big\}$ $n_1 = n_2$ $\Rightarrow V_E = V_F$
$W_E = W_F = -P_0 \Delta V_E$

$$0 < Q_E = \Delta U_E - W_E = \frac{nR}{\gamma-1}\Delta T_E + P_0 \Delta V_E$$

$$= \frac{nR}{\gamma-1}\Delta T_E + nR\,\Delta T_E = \frac{\gamma n R}{\gamma-1}\Delta T_E$$

$$= n C_p \Delta T_E = \Delta H$$

es un proceso isocoro, luego E y F evolucionan igual.



4/ Ahora W hace el papel de Q en los anteriores. Pared G'H diatérmica implica

$$T_G = T_H \Rightarrow dT_G = dT_H = dT$$

el conjunto está aislado adiabáticamente pero hay W. Al ser iguales las temperaturas y las presiones (equi. mecánico)

$$P_G = P_H = P \qquad \text{(común)}$$

se tiene para volumenes:

$$V_G = V_H = V \Rightarrow dV_G = dV_H = dV$$

y

$$V_G + V_H = 2V ~~= 2V_0~~$$

como $dQ = dQ_G + dQ_H = 0$ y $n_G = n_H = n$ moles

$$\Rightarrow 0 = (dU + pdV)_G + (dU + pdV)_H =$$

$$= 2nC_V dT + 2\,pdV = 0$$

luego $\frac{nR}{\gamma-1} dT = nRT\frac{dV}{V} \Rightarrow \frac{dT}{T} = (\gamma-1)\frac{dV}{V} \Rightarrow$

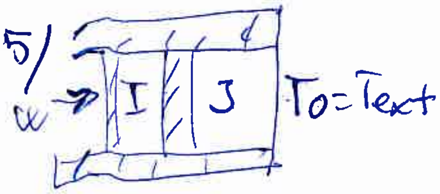
$$T V^{\gamma-1} = cte$$

cada subsistema verifica pues

$$PV^{\gamma} = cte \Rightarrow$$

$W = W_G + W_H$ y $P(V_G^{\gamma} + V_H^{\gamma}) = cte$.

1.2 3

5/ 

Aquí

$T_J = T_0$ (isotermo)

$P_I = P_J$ = P común

$Q_I = 0$ (adiat. aislado)

entonces

$$W_I = \Delta U_I = n c_v \Delta T_I$$

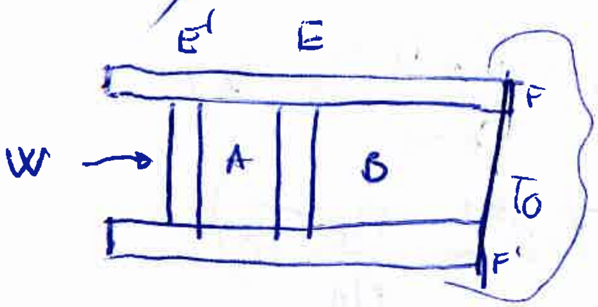
$$W_J = n c_v \cancel{\Delta T_J}^{\,0} - Q_J$$

6/ Ambos compartimentos adiabáticos, cada gas en equi. mecánico con el otro

$$P_K = P_L$$

y $\qquad W_K = \Delta U_K$

Prob 1.3



Inicialmente $V_A = V_0 = V_B$

E' se desplaza (Proceso reversible) hasta que $V'_A = V_0/2$

E se moverá, en principio haciendo pasar V_B a V'_B también lentamente (reversible)

1.- Dado que B evoluciona lentamente, pasa por sucesión de estados quasi-estáticos, proceso reversible, por lo que evoluciona, al estar en contacto con T_0, a temperatura constante: $T_B = T'_B = T_0$ ($P_B V_0 = P'_B V'_B$ isotermo)

2.- Dado que A está rodeado de camisa adiabática, evoluciona reversiblemente de forma adiabática ($Q_A = 0$)

$$P_A V_A^\gamma = P'_A V_A'^\gamma \Rightarrow T_A V_A^{\gamma-1} = T'_A V_A'^{\gamma-1}. \ (T_A = T_{A0})$$

3.- Durante el proceso A y B separados por E evolucionan en equilibrio mecánico, por lo que

$$P_A = P_B \quad y \quad P'_A = P'_B$$

a) Dado que hay equilibrio mecánico A-B, inicialmente, se tendrá, con $T_{B0} = T_B = T_0$ (equilibrio térmico de B con T_0)

$$P_B = P_A \Rightarrow \frac{n_B R T_0}{V_0} = \frac{n_A R T_{A0}}{V_0} \Rightarrow T_{A0} = \frac{n_B}{n_A} T_0$$

y por evolucionar A adiabáticamente: ($V'_A = V_0/2$)

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T'_A V_A'^{\gamma-1} \Rightarrow T'_A = T_{A0}\left(\frac{V_A}{V_{A'}}\right)^{\gamma-1} = \frac{n_B}{n_A} T_0 \, 2^{\gamma-1}$$

b) Dado que se tienen T'_A y V'_A $\Rightarrow$

será:

$$P'_A = \frac{n_A R T'_A}{V'_A} \overset{eq.}{=} P'_B = \frac{n_A}{V_0/2} R \frac{n_B}{n_A} T_0 2^{\gamma-1} = \frac{n_B R T_0}{V_0} 2^\gamma$$

c) $$V'_B = \frac{n_B R T'_B}{P'_B} = \frac{n_B R T_0}{P'_A} = V_0 2^{-\gamma}$$

d) Será el trabajo adiabático:

$$W_A = \Delta U_A - \cancel{Q_A}^{\,0} = \Delta U_A = \frac{n_A R}{\gamma-1}(T_A' - T_A)$$

$$= \frac{P_A' V_A' - P_A V_A}{\gamma - 1} = \frac{n_A R}{\gamma-1}\left(\frac{n_B}{n_A} T_0 2^{\gamma-1} - \frac{n_B}{n_A} T_0\right)$$

$$= \frac{n_B R T_0}{\gamma - 1}\left(2^{\gamma-1} - 1\right)$$

e) Q_B intercambiado en el proceso isotermo ($\Delta U_B = 0$) saldrá de:

$$Q_B = \cancel{\Delta U_B}^{\,0} - W_B$$

$$= -\left[-\int_{B_0}^{B_0} P dV\right] = \int_{V_0}^{V_B'} \frac{n_B R T_0}{V} dV$$

$$= n_B R T_0 \ln\left(\frac{V_B'}{V_0}\right) = -\gamma n_B R T_0 \ln 2 < 0$$

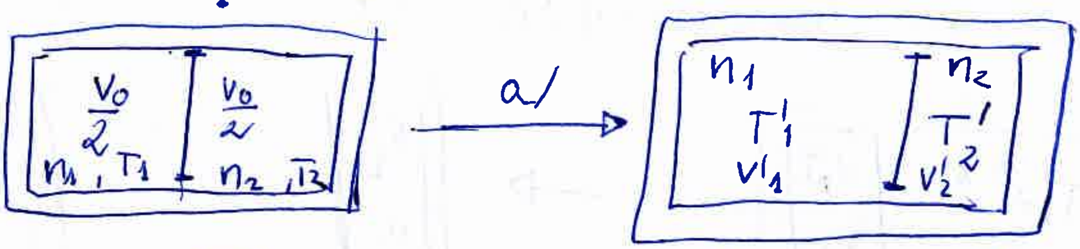
(desprendido)

sugerencia: / Calcular la variación de entropía y de energía interna del sistema A+B completo

/ Repetir el problema si se partiera del mismo estado inicial pero FF' adiabática fija.

Prob 1.4

(1.4) Inicialmente :



El proceso a/ es no-reversible, en el nuevo equilibrio se tendrá

$$\begin{cases} T'_1 = T'_2 = T' & (1) \\ P'_1 = P'_2 = P' & (2) \end{cases}$$

y con la restricción $V_0 = V'_1 + V'_2$ (3)

junto a la conservación de la energía U:

$$\Delta U_{a/} = 0 = U' - U_0 \Rightarrow$$

$$0 = n_1 C_v (T' - T_1) + n_2 C_v (T' - T_2) \quad (4)$$

da

$$T' = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2} \quad (5)$$

y de (2) con (3)

$$V_0 = V'_1 + V'_2 = \frac{n_1 R T'}{P'} + \frac{n_2 R T'}{P'} \quad (6)$$

con T' de (5) se tiene P' y

$$P' = (n_1 T_1 + n_2 T_2)\frac{R}{V_0} \quad y \quad \begin{cases} V'_1 = \dfrac{n_1}{n_1 + n_2} V_0 \\ V'_2 = \dfrac{n_2}{n_1 + n_2} V_0 \end{cases}$$

2/ Pide ΔS_a, por ser S extensiva, aditiva respecto a los componentes en subsistemas del sistema:

$$\Delta S_a = \Delta S_{a1} + \Delta S_{a2} =$$

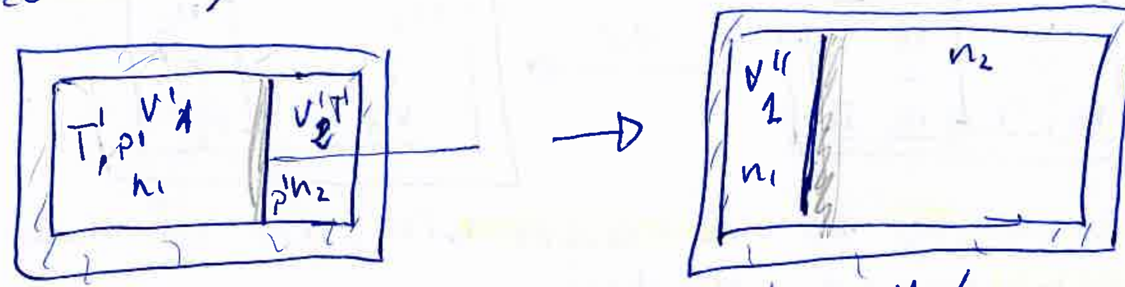
$$= \left(\frac{n_1 R}{\gamma - 1} \ln \frac{T'}{T_1} + n_1 R \ln \frac{V'_1}{V_0/2}\right) + \left(\frac{n_2 R}{\gamma - 1} \ln \frac{T'}{T_2} + n_2 R \ln \frac{V'_2}{V_0/2}\right)$$

en la que se conocen todos los datos.

Se ve que $\Delta S_a > 0$, aumenta al ser irreversible el proceso (Ejm tomar $n_1 = n_2 = n$)

1.7 (2)

Proceso b) cuasiestático (reversible)



(1.4).2

$$V''_1 = V_0/4 \;;\; V''_2 = \frac{3}{4}V_0$$

por ser AB diatérmica

$$T''_1 = T''_2 = T'' \qquad (8)$$

Ahora T'' no sale de ΔU pues $\Delta U = W \neq 0$ ($\hookrightarrow \Delta U_b$)
(se actúa desde exterior)
y W es incógnita. Pero al ser el conjunto ~~aislado~~ adiabático, $\Delta S\big|_{\text{rever evolución}} = 0$ (evolución isentrópica):

$$\Delta S_b = \Delta S_{1b} + \Delta S_{2b} = 0$$

$$0 = \left[\frac{n_1 R}{\gamma-1}\underbrace{\ln\frac{T''}{T'}}_{x} + n_1 R \ln\frac{V_0/4}{V'_1}\right] + \left[\frac{n_2 R}{\gamma-1}\underbrace{\ln\frac{T''}{T'}}_{x} + n_2 R \ln\frac{\frac{3V_0}{4}}{V'_2}\right]$$

$$\Rightarrow \quad n_1\left(x + (\gamma-1)\ln\frac{V_0}{4V'_1}\right) + n_2\left(x + (\gamma-1)\ln\frac{3V_0}{4V'_2}\right) = 0$$

da

$$x = \ln\frac{T''}{T'} = \frac{\gamma-1}{n_1+n_2}\left(n_1 \ln\frac{4V'_1}{V_0} + n_2\ln\frac{4V'_2}{3V_0}\right)$$

y

$$T'' = T' e^{x} \qquad \text{(Todos datos conocidos)}$$

Finalmente, el trabajo realizado es

$$W = \Delta U_b = \frac{n_1 R}{\gamma-1}(T''-T') + \frac{n_2 R}{\gamma-1}(T''-T')$$

$$= (n_1+n_2)\, c_v\, (T''-T') > 0$$

Sugerencia: hacer $n_1 = n_2 = n$ para simplificar operaciones

$\hookrightarrow T'' = T'\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{-\gamma/2}$

Si $n_2 = 3n_1$ verificar que $T'' = T'$ ¿por qué?

Prob 1.5)

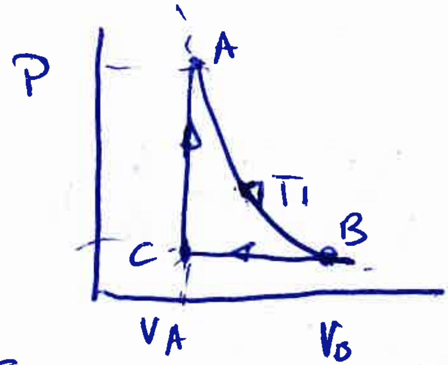
Proceso cíclico reversible conocidos $T_A = T_B = T_1$ y V_A y V_B.

Procesos:

AB isotermo $PV = cte$

BC isobaro $V/T = cte$

CA isocoro $P/T = cte$



En este caso se pueden determinar las variables termodinámicas en cada estado en función de los datos. En concreto: $(T_0 = T_1)$

estado A: $T_A = T_1$, V_A dado, $P_A = nRT_1/V_A$

estado B: $T_B = T_1$, V_B dado, $P_B = nRT_1/V_B$ $(V_B > V_A)$

estado C: $V_C = V_A$, $P_C = P_B = nRT_1/V_B$, $T_C = \frac{P_C V_A}{nR} = \frac{V_A}{V_B} T_1$

Calores y Trabajos:

$\Delta U_{AB} = 0$ (isotermo) por lo que

$$Q_{AB} = -W_{AB} = -\left(-\int_{V_A}^{V_B} P\,dV\right) = \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_1}{V} dV =$$

$$= nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A} > 0$$ (desprende calor)

$$W_{BC} = -\int_{V_B}^{V_C} P\,dV \overset{\text{isoba.}}{=} -P_B (V_C - V_B) = -\frac{nRT_1}{V_B}(V_A - V_B)$$

$$= nRT_1 \left(1 - \frac{V_A}{V_B}\right) > 0$$ (compresión)

$$Q_{BC} = nC_p (T_C - T_B) = \Delta U_{BC} - W_{BC} =$$

$$= -nR(T_B - T_C) - W_{BC} = \frac{-\gamma}{\gamma - 1} nR \left(T_1 - \frac{V_A}{V_B} T_1\right) < 0$$ (absorbido)

y finalmente:

$W_{CA} = 0$ ($dV = 0$, isocoro) lo que da.

$$Q_{CA} = \Delta U_{CA} = n c_v (T_A - T_C) = \frac{nR}{\gamma - 1}\left(T_1 - \frac{V_A}{V_B} T_1\right)$$

$$= \frac{nRT_1}{\gamma - 1}\left(\frac{V_B - V_A}{V_B}\right) > 0 \text{ (desprendido)}$$

puede verse que

$$\Delta U\Big|_{ciclo} = \oint dU = 0$$

y

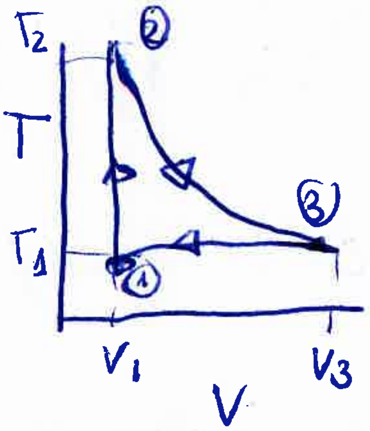
$$\Delta S_{ciclo} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA} = 0$$

(calcular cada una).

Si es una máquina térmica, el rendimiento del ciclo es

$$\frac{W_{útil}}{Q_{absorb.}} = \eta = \frac{-W}{Q_{>0}} = 1 + \frac{Q_{<0}}{Q_{>0}} = 1 - \frac{|Q_{BC}|}{Q_{AB} + Q_{CA}}$$

Prob 1.6/



Se trata de un proceso cíclico reversible en el que una etapa sufre una transformación o proceso con TV constante. Se conocen las temperaturas de los estados 1 y 2 y el volumen V_1 del estado 1.

$$T_1 = T_0/2 \quad , \quad V_1 = V_{①} \text{ dado}$$
$$T_2 = T_0$$

Pueden determinarse las variables de estado de los estados 1, 2 y 3:

① $T_1 = T_0/2$, V_1 dado, $P_1 = \dfrac{nRT_0}{2V_1}$

③ $T_3 = T_0/2$, $T_3V_3 = T_2V_2 \Rightarrow \dfrac{T_0}{2}V_3 = T_0V_1 \Rightarrow V_3 = 2V_1$

$$P_3 = \frac{nRT_0}{2\cdot 2V_1} = \frac{nRT_0}{4V_1} = P_1/2$$

② $T_2 = T_0$, $V_2 = V_1$, $P_2 = \dfrac{nRT_0}{V_1} = 2P_1$

Se pide, con $\gamma = 5/3$ (gas monoatómico):

a/ $W_{12} = 0$, pues $dV = 0$ (isocora)

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = nC_v(T_2 - T_1) = \frac{nR}{\gamma - 1}\left(T_0 - \frac{T_0}{2}\right)$$
$$= \frac{3}{4}nRT_0 > 0$$

b/ Por integración directa de W reversible, sabiendo que de 2 a 3 $TV = T_0V_1$ (cte)

$$W_{23} = -\int_{V_2}^{V_3} P\,dV = -\int_{V_2}^{V_3} \frac{nRT}{V}\,dV = -\int_{V_2}^{V_3} \frac{nR\,\frac{T_0V_1}{V}}{V}\,dV =$$

$$= -nRT_0V_1\int_{V_2}^{V_3}\frac{dV}{V^2} = V_1 nRT_0\left(\frac{1}{V}\right)_{V_2}^{V_3} = nRT_0\left(\frac{V_1}{V_3}-\frac{V_1}{V_3}\right)$$

$$= nRT_0\left(\frac{1}{2}-1\right) = -\frac{nRT_0}{2} < 0 \text{ (expansión)}$$

c) $\Delta U_{31} = \frac{nR}{\gamma-1}\Delta T = \frac{3nR}{2}(T_3 - T_1) = 0$ (¡isotermo!!) ¡claro!!

$$Q_{31} = \cancelto{0}{\Delta U_{31}} - W_{31} \overset{\text{isot.}}{=} nR\frac{T_0}{2}\ln\frac{V_1}{V_3} = nRT_0 \ln\frac{1}{2}$$

$$= -nR\frac{T_0}{2}\ln 2 < 0$$ (energía desprendida) ($W_{31} = -Q_{31}$)

d) $\eta = \frac{-W_{ciclo}}{Q_{absor.}}$

como $Q_{23} = \Delta U_{23} - W_{23} = -\frac{3}{2}nRT_0\frac{1}{2} + \frac{nRT_0}{2} = -\frac{1}{4}nRT_0 < 0$

sólo se absorbe calor en el proceso $1\to 2$

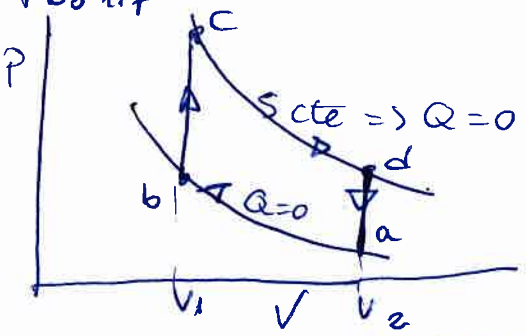
$$\eta = -\frac{W_{23}+W_{31}}{Q_{23}} = -\left[\frac{-\frac{nRT_0}{2}+\frac{nRT_0}{2}\ln 2}{\frac{3}{4}nRT_0}\right] = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}\ln 2$$

$$= \frac{2}{3}(1-\ln 2)$$

1. 4

Ciclo Otto

Prob 1.7



$V_1 = K V_2$ $\quad \{0 < K < 1\}$

En cada isocora $\Delta U_{1,2} = Q_{1,2} \Rightarrow \begin{cases} Q_{bc} = nC_v(T_c - T_b) > 0 \\ Q_{da} = nC_v(T_a - T_d) < 0 \end{cases}$

sólo hay trabajo en las adiabáticas (isentrópicas) pero no lo piden $(\Delta U_{S,cte} = W)$

El rendimiento

$$\eta = \frac{-W}{Q_{>0}} = \frac{Q_{bc} + Q_{da}}{Q_{bc}} = 1 - \frac{T_d - T_a}{T_c - T_b}$$

como $\Delta S = \oint dS = 0$

$$0 = \Delta S_{bc} + \Delta S_{da} = nC_v \ln\frac{T_c}{T_b} + nC_v \ln\frac{T_a}{T_d} \Rightarrow$$

$$\frac{T_c}{T_b} = \frac{T_d}{T_a}$$

pero también sale: por las adiabáticas, se obtiene igual, sin usar ΔS: ($\Delta S = 0$ implícitamente)

$$\begin{cases} T_a V_2^{\gamma-1} = T_b V_1^{\gamma-1} \\ T_c V_1^{\gamma-1} = T_d V_2^{\gamma-1} \end{cases} \longrightarrow \frac{T_a}{T_d} = \frac{T_b}{T_c} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

y además $\quad \dfrac{T_a}{T_b} = \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \dfrac{T_d}{T_c} \quad ; \quad \dfrac{T_d}{T_c} = \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = K^{\gamma-1}$

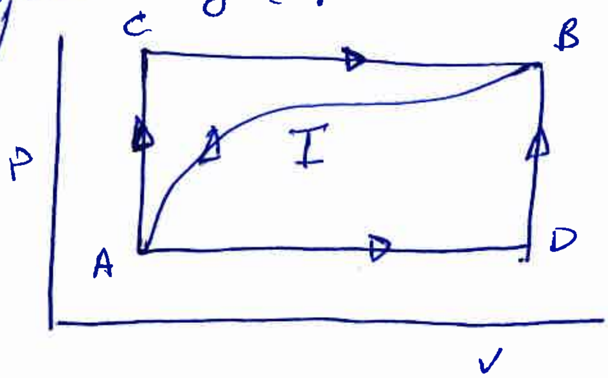
luego

$$\eta = 1 - \frac{T_d}{T_c} \, \frac{1 - \frac{T_a}{T_d}}{1 - \frac{T_b}{T_c}} = 1 - \frac{T_d}{T_c} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$= 1 - K^{\gamma-1}$$

Adicional pág 69

A.3/



Datos:

$Q_{ACB} = 80 kJ$

$W_{ACB} = -30 kJ$

①

1/ Q_{ADB}? si $W_{ADB} = -10 kJ$

Como $\Delta U_{AB} = \Delta U_{AC} + \Delta U_{CB} = \Delta U_{AD} + \Delta U_{DB}$

$= Q_{ACB} + W_{ACB} = Q_{ADB} + W_{ADB}$

Se tiene:

$$\Delta U_{AB} = Q_{ACB} + W_{ACB} = 50 kJ = Q_{ADB} - 10 kJ$$

$$\underline{Q_{ADB}} = 60 kJ$$

2/ Con

$$\Delta U_{A\to A} = 0 \Rightarrow \Delta U_{BA} = -\Delta U_{AB} = -50 kJ$$

$$\Delta U_{BA} = -50 kJ = Q_{BIA} + W_{BIA} = Q_{BIA} + 20 kJ$$

$$\Rightarrow Q_{BIA} = -70 kJ \text{ (desprendido)}$$

3/ $U_A = 0$ y $U_D = 88 J$, piden Q_{AD} y Q_{DB}

luego $\Delta U_{AD} = 88 J$. es cero (isocora)

$$\Delta U_{AD} = Q_{AD} + (W_{AD} + W_{DB}) \Rightarrow 88 J = Q_{AD} + (-10 kJ)$$

con $Q_{ADB} = Q_{AD} + Q_{DB} \Rightarrow 60 kJ = Q_{AD} + Q_{DB}$

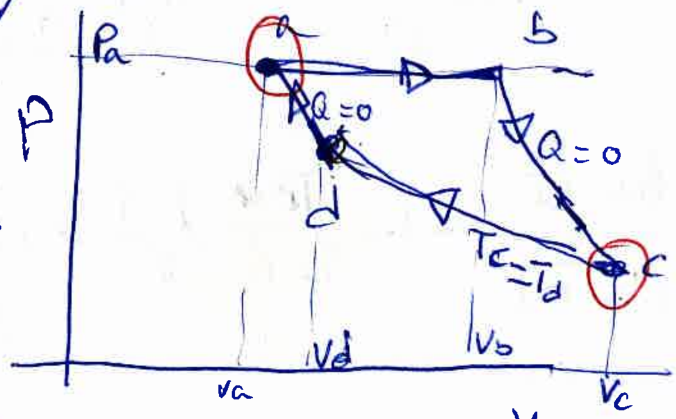
salen Q_{AD} y Q_{DB}.

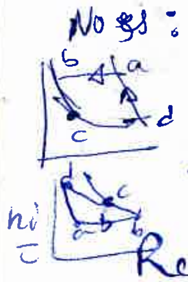
ó $\Delta U_{DB} = \Delta U_{DA} + \Delta U_{AB} = Q_{DB}$

$-88 \cdot 10^{-3} kJ + 50 kJ = Q_{DB}$

Adicional

A.4 / isobara ab, adiabática bc, isoterma dc y adiabática cerrando ciclo reversible. $\gamma = \frac{5}{3}$ ①





datos de a y c
$$\begin{cases} P_a = 7.2 \text{ atm} \\ V_a = 11{,}2\ l \\ V_c = 22{,}4\ l \\ T_c = (273'16 + 68'25)\ K \end{cases}$$

$\big] T_a \to 491$

a y c están especificados ya.

$P_c = \frac{nRT_c}{V_c} = 2'5$ atm

Recorrido en sentido horario, $W < 0$ es ciclo de máquina térmica (da trabajo al exterior).

1) a y d conectados por adiabática:

$$d \to a \to \begin{cases} P_a V_a^\gamma = P_d V_d^\gamma & (1) \\ T_d = T_c \Rightarrow P_d V_d = T_c nR \ (2) \end{cases}$$
$Q=0$

¡fácil! $\begin{cases} T_a V_a^{\gamma-1} = T_d V_d^{\gamma-1} \\ \quad = T_c V_d^{\gamma-1} \\ V_d = V_a \left(\frac{T_a}{T_c}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{cases}$

de (1) y (2) salen P_d y V_d

$$P_a V_a^\gamma = P_d V_d\ V_d^{\gamma-1} = nRT_c\ V_d^{\gamma-1} \Rightarrow$$

$\begin{cases} P_c V_c^\gamma = P_b V_b^\gamma = P_a V_b^\gamma \\ V_b = V_c \left(\frac{P_c}{P_a}\right)^{1/\gamma} \end{cases}$

$$\begin{cases} V_d = \left(\frac{P_a V_a^\gamma}{nRT_c}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 19{,}34\ l > V_a \\ P_d = nRT_c / V_d = 2{,}9 \text{ atm} \end{cases}$$

(bien dibujado) OK

2) Para calcular W ciclo, mejor calcular Q del ciclo, pues hay dos etapas de $Q=0$ y $\Delta U = 0$ en ciclo:

$$\Delta U\big|_{ciclo} = 0 = W_{abcda} + (Q_{ab} + Q_{cd}) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} W = -(Q_{ab} + Q_{cd}) \\ Q_{ab} \underset{P\,cte}{=} nC_p(T_b - T_a) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_b - T_a) > 0 \\ Q_{cd} \underset{T\,cte}{=} \cancel{\Delta U_{cd}}^{0} - W_{cd} = nRT_c \ln \frac{V_d}{V_c} < 0 \end{cases}$$

T_b y V_b salen de las relaciones:

$$b \to c \atop Q=0 \begin{cases} P_b V_b^\gamma = P_a V_b^\gamma = P_c V_c^\gamma \ \text{(adiabát. bc)} \ (3) \ \text{con } P_c = \frac{nRT_c}{V_c} = 2'5 \text{ atm} \\ T_b = \frac{P_b V_b}{nR} = \frac{P_a V_b}{nR} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_b = V_c \left(\frac{P_c}{P_a}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \to (4) \to V_b = V_c \left(\frac{P_c}{P_a}\right)^{1/\gamma} = 11'9\ l$$

$$\Rightarrow T_b = 522'4\ K$$

Como sólo se absorbe calor en ab sólo:

rendimiento: $\eta = \frac{-W}{Q_{>0}} = \frac{Q_{ab} + Q_{cd}}{Q_{ab}} = 1 + \frac{Q_{cd}}{Q_{ab}}$ (2)

es:

$$\eta = 1 - \frac{T_c \ln \frac{V_c}{V_d}}{\frac{\gamma}{\gamma-1}(T_b - T_a)} = 1 - \frac{T_c}{T_b - T_a}\,\frac{\gamma-1}{\gamma}\ln\left(\frac{V_c}{V_d}\right) \simeq 0{,}34$$

se tienen todos los datos.

(a) $P_a = 7{,}2\,\text{atm}$, $V_a = 11{,}2\,\ell \Rightarrow T_a = \frac{P_a V_a}{2R} = 491'7\,K$

~~(b) $P_b = 7'2\,at = P_a \Rightarrow P_b V_b^{\gamma} = P_c V_c^{\gamma}$~~

(c) $T_c = (68'25 + 273)\,K$, $V_c = 22'4\,\ell \Rightarrow P_c = \frac{2RT_c}{V_c} = 2'5\,at$

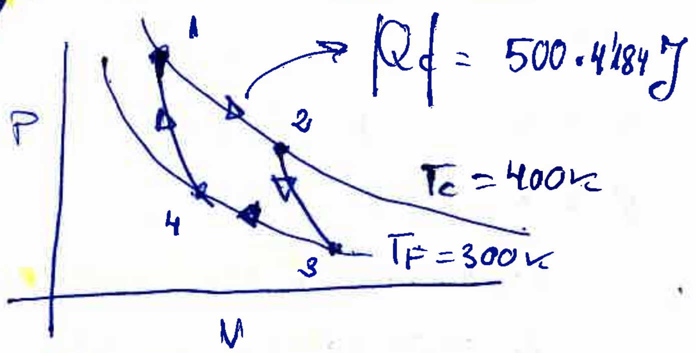
(d) $T_d V_d^{\gamma-1} = T_a V_a^{\gamma-1} = T_c V_d^{\gamma-1} \Rightarrow V_d = \left(\frac{T_a}{T_c}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_c = 19'34\,\ell$

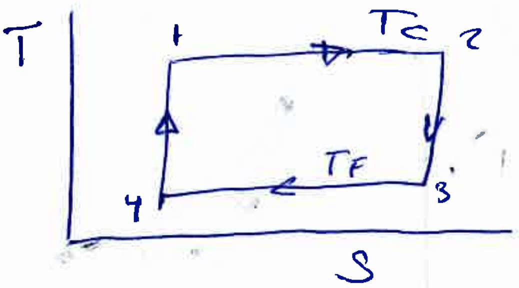
(b) $P_b = P_a = 7{,}2$

$T_b V_b^{\gamma-1} = T_c V_c^{\gamma-1} \Rightarrow T_b$

Adicional:

1.6 Ciclo de Carnot, Datos Q_2 y T_C y T_F





1) $1 \to 2$ es la expansión isoterma a $400K = T_C$

$$W_{12} = -\int_1^2 P\,dV = -\int_{V_1}^{V_2} nRT_C \frac{dV}{V} = -nRT_C \ln\frac{V_2}{V_1} = -|Q_C|$$

dato

$$\left(\text{o bien } -Q_{12} = W_{12} = -T_C \Delta S_{12} = -T_C nR \ln\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Como en las adiabáticas $PV^\gamma = cte$, $TV^{\gamma-1} = cte$:

$$\begin{cases} T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \\ T_4 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} T_C V_2^{\gamma-1} = T_F V_3^{\gamma-1} \\ T_F V_4^{\gamma-1} = T_C V_1^{\gamma-1} \end{cases} \xrightarrow{\text{divido}} \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}}$$

2) En proceso $3 \to 4$ (isoterma) $\Delta U_{34} = 0$)

$$Q_{34} = -W_{34} = +nRT_F \ln\frac{V_4}{V_3} = -nRT_F \ln\frac{V_2}{V_1} < 0$$

$$= -\frac{T_F}{T_C} Q_C$$

3)
$$\eta = \frac{-W}{Q_{>0}} = \frac{Q_{12} + Q_{34}}{Q_{12}} = 1 - \frac{nRT_F \ln\frac{V_2}{V_1}}{nRT_C \ln\frac{V_2}{V_1}}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

Nota: El cociente V_2/V_1 puede conocerse del dato Q_C

$$Q_C = nRT_C \ln\frac{V_2}{V_1} \Rightarrow$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \exp\left\{\frac{|Q_C|}{nRT_C}\right\} > 1 \quad \text{(verifícarlo)}$$

Adicional:

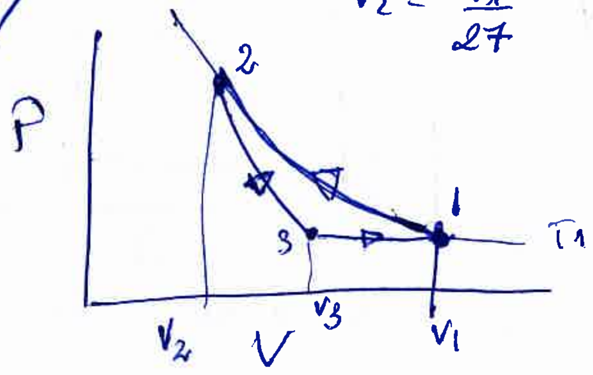
A.6/ $n = 1$ mol. Procesos reversibles

$V_2 = \dfrac{V_1}{27}$

A/ $1 \to 2$ $\quad T = T_1$

B/ $2 \to 3$ $\quad PV^{\gamma} = cte$

C/ $3 \to 1$ $\quad P = P_1 = P_3$ cte



sentido contra-horario, $W > 0$ (refrigerante).

Piden

$$\Delta S = S - S_0 = nR\left[\frac{1}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \ln\frac{V}{V_0}\right]$$

entonces

$$\Delta S_{1\to 2} = S_2 - S_1 = nR\left[\cancel{\frac{1}{\gamma-1}\ln 1}^{\,0} + \ln\frac{V_2}{V_1}\right]$$

$$= R\ln\left(\frac{1}{27}\right) = -3R\ln 3$$

$$\Delta S_{2\to 3} = 0 \quad \text{pues} \quad dS_{23} = \frac{dQ_{23}}{T} = 0 \text{ (isentrópica)}$$

$$\Delta S_{3\to 1} = nR\left[\frac{1}{\gamma-1}\ln\frac{T_1}{T_3} + \ln\frac{V_3}{V_1}\right]$$ faltan datos, pero;

pero como

$$\Delta S\Big|_{ciclo} = 0 = \Delta S_{12} + \Delta S_{23} + \Delta S_{31}$$

$$\Delta S_{31} = -\Delta S_{12} - \Delta S_{23} = 3R\ln 3$$

Sugerencia: Supuesta conocidas T_1 y V_1 obtener todas las variables de estado en los estados 1, 2 y 3.

Sol

$$P_2V_2 = P_1V_1 = nRT_1 = P_2\left(\frac{V_1}{27}\right) \to (P_1, P_2)$$

$$P_2V_2^{\gamma} = P_3V_3^{\gamma} = P_1V_3^{\gamma} \to (V_3, T_3)$$

Adicional pág 70

4.9/ Inicialmente el conjunto $He + Ar + H_2O$ está a $T_0 = (25 + 273'16)\,K$ en equilibrio térmico. Como el conjunto está aislado (adiabáticamente) se conserva U:

a/ $$\Delta U = 0 = \Delta U_{He} + \Delta U_{Ar} + \Delta U_{H_2O}$$

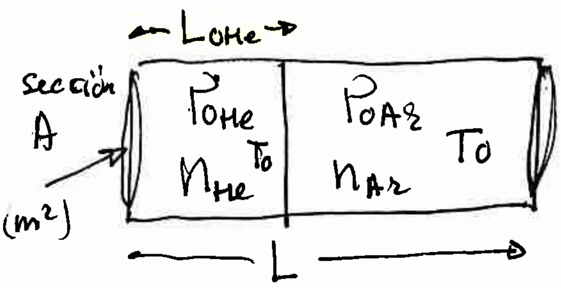
$$0 = n_{He}\, c_v (T' - T_0) + n_{Ar}\, c_v (T' - T_0) + m\, c\,(T' - T_0)$$

masa líquido

luego $\boxed{T' = T_0}$ al final.

$C = 4180 \frac{J}{K \cdot Kg}$

Estado inicial de los gases:



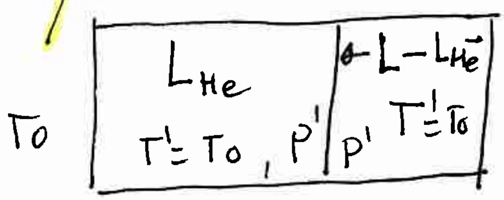
De las presiones:

$$\begin{cases} P_{0He} = \dfrac{n_{He} R T_0}{A\, L_{0He}} & (1) \\[2ex] P_{0Ar} = \dfrac{n_{Ar} R T_0}{A (L - L_{0He})} & (2) \end{cases} \Rightarrow n_{Ar} = n_{He} \frac{P_{0Ar}}{P_{0He}} \frac{L - L_{0He}}{L_{0He}}$$

es decir

$$n_{Ar} = 1 \cdot \frac{1\,atm}{5\,atm} \frac{50\,cm}{30\,cm} = \frac{1}{3} \text{ mol de Ar}$$

b/ Al final:



El volumen total $V = AL$ es tal que:

$$AL = V_{Ar} + V_{He} = \frac{n_{Ar} R T_0}{P'} + \frac{n_{He} R T_0}{P'} \quad (2) \quad (\text{da } P')$$

y, además, se escribe como:

$$\left.\begin{aligned} P' A (L - L_{He}) &= n_{Ar} R T_0 \\ P' A L_{He} &= n_{He} R T_0 \end{aligned}\right] \Rightarrow \frac{L - L_{He}}{L_{He}} = \frac{n_{Ar}}{n_{He}} \Rightarrow \underline{\underline{L_{He} = 60\,cm}}$$

↳ sale L_{He}

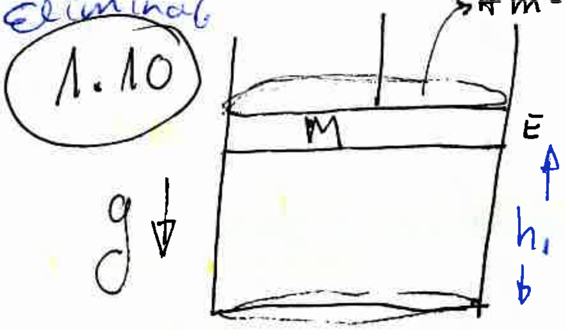
c/ $$\Delta S_{H_2O} = \Delta S\Big|_{\text{líquido}} = \int_A^B \frac{dQ}{T} = \int_{T_0}^{T'} \frac{m c\, dT}{T} = m c \ln \frac{T'}{T_0} = 0$$

Suponiendo el calor específico del agua independiente de la temperatura.

$$\Delta S = \Delta S_{Ar} + \Delta S_{He} + \Delta S_{H_2O} = n_{Ar} R \ln\left(\frac{(L - L_{He}) A}{L_{0Ar}\, A}\right) + n_{He} R \ln\left(\frac{L_{He}}{L_{0He}}\right)$$

↳ $L - L_{0He}$

1.10

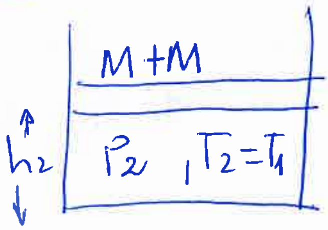


Inicialmente, el peso Mg es tal que la presión interna P_1 equilibra a Mg/A

$$P_1 = \frac{Mg}{A} = \frac{nRT_1}{(A h_1)}$$

$$V_1 = A h_1$$

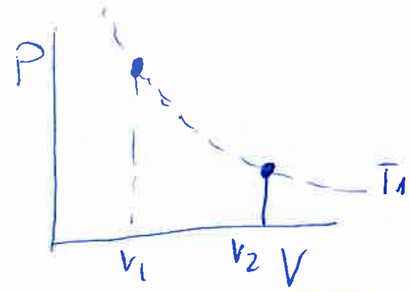
En el proceso a/ se ponen M (gramos) adicionales al peso del émbolo hasta que irreversiblemente (bruscamente) se alcanza equilibrio 2, con $T_2 = T_1$



$$P_2 = \frac{2Mg}{A} = \frac{nRT_1}{A h_2} \Rightarrow h_2 = \frac{h_1}{2}$$

luego $\boxed{V_2 = V_1/2}$

Este proceso NO es isotermo aun cuando conecta dos puntos de la misma isoterma $T_2 = T_1$, y



$$W_a = -P_{ext}(V_2 - V_1) = +\frac{2Mg}{A}\frac{V_1}{2} = Mgh_1 = -Q_a$$
$$= nRT_1$$

$(\Delta U_1 = 0)$ $\boxed{Q_a < 0}$

El proceso b/ es cuasiestático adiabático hasta $T_3 = 2T_1$:

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_1 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_3 h_3^{\gamma-1} = T_1 h_2^{\gamma-1}$$

luego $h_3 = \dfrac{h_1}{2^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \Rightarrow V_3 = V_1\, 2^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$
$= V_1\, 2^{-5/2}$

y $Q_b = 0$, $W_b = \Delta U_b = \dfrac{nR}{\gamma-1} T_1$, $T_3 = 2T_1$ (dato)

$(P_3 = P_1\, 2^{9/2})$

El proceso c es isotermo recorriendo (reversible) la isoterma $T = T_3 = T_4$ hasta $P_4 = P_1$

Entonces:

$$V_4 = \frac{nRT_4}{P_4} = \frac{nRT_3}{P_1} = \frac{2nRT_1}{P_1} = 2V_1$$

$(h_4 = 2h_1)$ $(h_4 = 2h_1)$

$$\text{y} \quad Q_c = -W_c = nRT_3 \ln\frac{V_4}{V_3} = 2RnT_1 \ln\frac{2}{2^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}}$$

$$= +2nRT_1\frac{2\gamma-1}{\gamma-1}\ln 2 > 0 \quad (\gamma > 1)$$

Finalmente, en el proceso **d** se cambia el baño térmico de $T_4 = T_3 = 2T_1$ por otro a T_1 y el sistema recupera (bruscamente) el estado inicial por acción del trabajo contra la presión exterior debida a Mg/A y el calor intercambiado:

$$\Delta U_d = nc_v(T_1 - T_4) = -\frac{nR}{\gamma-1}T_1 < 0$$

$$W_d = -(Mgh_1 - Mgh_4) = -P_{ext}(V_1 - V_4) = -\frac{Mg}{A}(Ah_1 - Ah_4) = Mgh_1 = nRT_1 > 0$$

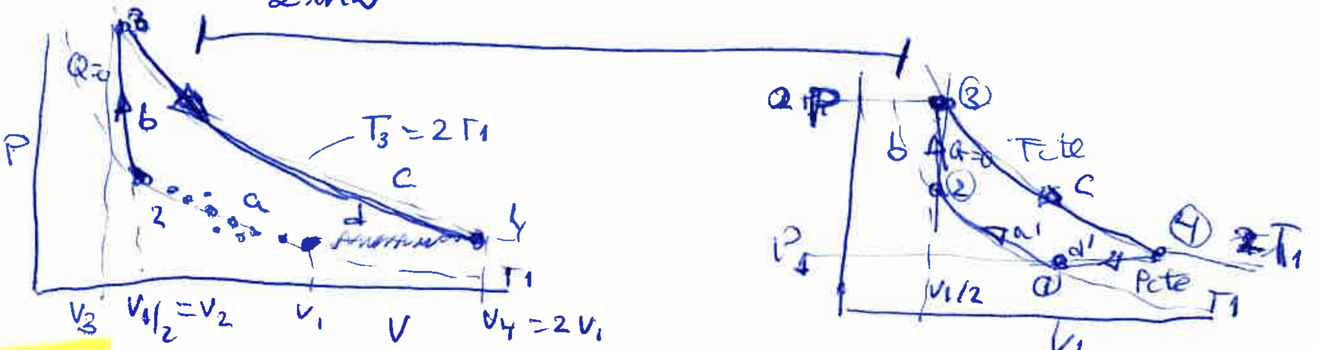
$$Q_d = -W_d + \Delta U_d = nRT_1 - \frac{nR}{\gamma-1}T_1 = -\frac{\gamma nRT_1}{\gamma-1} < 0$$

El rendimiento es

$$\eta = \frac{-W}{Q_{>0}} = \frac{Q_a + Q_c + Q_d}{Q_c} = \frac{\left(-1 + 2\frac{2\gamma-1}{\gamma-1}\ln 2 - \frac{\gamma}{\gamma-1}\right)nRT_1}{2\frac{2\gamma-1}{\gamma-1}\ln 2 \; nRT_1}$$

$$= 1 - \frac{1}{2\ln 2} \simeq 0{,}279$$

Notas
Proceso



Sugerencia: repetir proceso cíclico (y η) cambiando las etapas irreversibles a y d por una isoterma (a') y una isobara (d') respectivamente. (ciclo reversible)

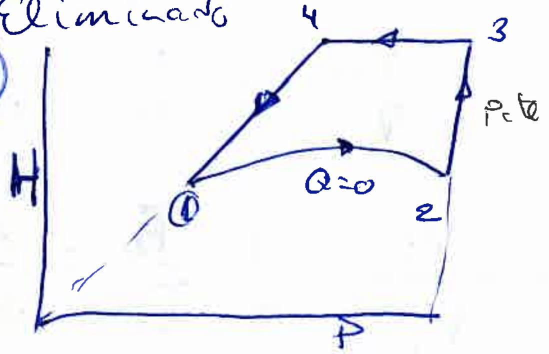
Sol. $$\eta_{rev} = \eta_{irre} + \frac{1-\ln 2}{2\ln 2}\frac{\gamma-1}{2\gamma-1} = \left(1 - \frac{1}{2\ln 2}\right) + \frac{1-\ln 2}{7\ln 2} > \eta_{irre}$$

$$\eta_{rev} \simeq 0{,}342$$

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{máx}} = 0{,}5 > \eta_{rev} > \eta_{irre}.$$

Eliminado

1.12



Procesos :

$1 \to 2$ $\quad Q = 0 \Rightarrow \Delta S_{12} = 0$

$2 \to 3$ $\quad P = cte$ $\quad$ isóbaro $\frac{T}{V}$ cte

$3 \to 4$ $\quad H = cte$, isoentálpico

pero $H = nC_v T$

luego T es cte (isotermo)

$4 \to 1$ $\quad H$ proporcional a P

$H = kP \Rightarrow T = \frac{k}{nC_v} P = k_0 P$

luego $\quad \frac{T}{P} = \frac{T_1}{P_1} = \frac{T_4}{P_4} = \frac{V}{nR} = cte \Rightarrow V$ es cte isócoro.

Datos

$\alpha = \frac{V_2}{V_1}$ $\quad$ y $\quad \beta = \frac{U_3}{U_2} = \frac{nC_vT_3}{nC_vT_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{V_2}{V_3}$

piden $\quad V_4/V_3$ $\quad$ y rendimiento η .

Calores y trabajos :

/ $Q_{12} = 0$, $\quad W_{12} = \Delta U_{12} = nC_v(T_2 - T_1)$

p_{cte} / $Q_{23} = \Delta H_{23} = nC_p(T_3 - T_2) = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) > 0$ (absorb)

$W_{23} = -P_2(V_3 - V_2) = nR(T_2 - T_3)$

T_{cte} / $W_{34} = -nRT_3 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_{34} \Rightarrow Q_{34} > 0$ (absorbido)

V_{cte} / $W_{41} = 0$, $\quad Q_{41} = nC_v(T_1 - T_4) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_4) < 0$

luego, $(T_4 = T_3)$

$$\eta = \frac{-W}{Q_{absor}} = 1 - \frac{|Q_{<0}|}{Q_{>0}} = 1 + \frac{(T_1 - T_4)\frac{nR}{\gamma-1}}{\frac{\gamma nR}{\gamma-1}(T_3 - T_2) + nRT_3 \ln\frac{V_4}{V_3}}$$

(div. por T_3...)

$$= 1 + \frac{\left(\frac{T_1}{T_3} - 1\right)}{\gamma\left(1 - \frac{T_2}{T_3}\right) + (\gamma - 1)\ln\frac{V_4}{V_3}}$$

$\frac{T_2}{T_3} \to \beta$

Como

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \alpha^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_3}\frac{T_3}{T_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = \frac{\alpha^{\gamma-1}}{\beta}$$

$\frac{T_3}{T_2} = \beta$

Sólo queda la razón $\frac{V_4}{V_3}$: (buscar cocientes hasta $\frac{V_2}{V_1}$ y $\frac{T_3}{T_2}$)

(2)

$$\frac{V_4}{V_3} = \underbrace{\frac{V_4}{V_1}}_{V_4=V_1} \frac{V_1}{V_3} = \underbrace{\frac{V_1}{V_2}}_{1/\alpha} \underbrace{\frac{V_2}{V_3}}_{\text{isobara}} = \frac{1}{\alpha} \frac{T_2}{T_3} = \frac{1}{\alpha} \frac{1}{\beta}$$

luego

$$\eta = 1 - \frac{\beta - \alpha^{\gamma-1}}{\gamma(\beta-1) - \rho(\gamma-1)\ln(\alpha\beta)}$$

Nota también V_4/V_3 puede salir de $\Delta S|_{ciclo} = 0$

$$0 = \Delta S = \Delta S_{23} + \Delta S_{34} + \Delta S_{41} =$$

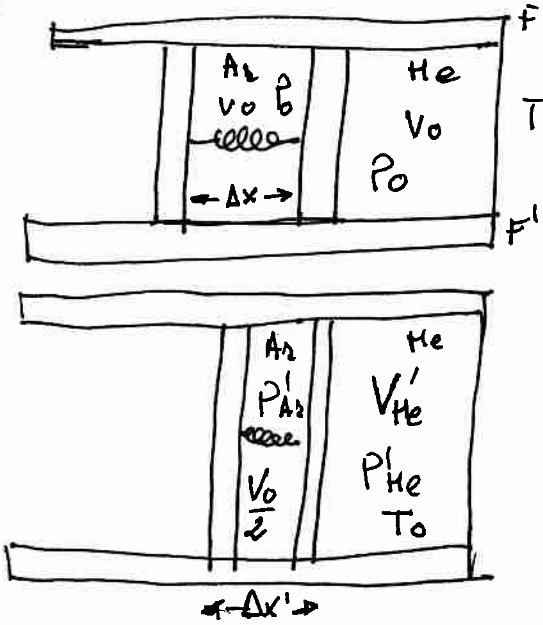
$$= \frac{nR}{\gamma-1} \ln\frac{T_3}{T_2} + nR\ln\frac{V_3}{V_2} + nR\ln\frac{V_4}{V_3} + \frac{nR}{\gamma-1}\ln\frac{T_4 \to T_3}{T_1}$$

$$= \frac{nR}{\gamma-1}\ln\beta + nR\ln\left(\frac{\cancel{V_3}}{V_2}\frac{V_4}{\cancel{V_3}}\right) + \ldots \quad \text{etc}$$

pero hay que usar igualmente $\frac{V_2}{V_3} = \frac{T_2}{T_3}$ ← isobara $\underline{\underline{2 \to 3}}$

y buscar $\frac{T_3}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \frac{T_2}{T_1}$ como antes

1.8 Estados inicial y final:



a) Equilibrio de presiones:

$$P_0 + \frac{K(L-L_0)}{A} = P_0 \Rightarrow$$

$n = \frac{P_0 V_0}{T_0}$

$L = L_0$ (longitud natural de resorte)

$L_0 = \frac{V_0}{A}$ (no elongado)

Ahora, resorte comprimido.

$$P'_{Ar} + \frac{K\,|L'-L_0|}{A} = P'_{He}$$

con $L' = \frac{V'}{A} = \frac{V_0}{2A} = L_0/2$ y $L_0 = \frac{V_0}{A}$

se tiene:

$$P'_{Ar} = P'_{He} - \frac{K}{A}\frac{L_0}{2} \quad (1)$$

Como el Ar evoluciona adiabáticamente (revers.)

$$P'_{Ar}\left(\frac{V_0}{2}\right)^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma} \Rightarrow P'_{Ar} = P_0 2^{\gamma} \quad (2)$$

y el He lo hace isotérmicamente (a T_0)

$$P'_{He} V'_{He} = P_0 V_0 \quad (3)$$ incógnit. $\{P'_{He}, V'_{He}\}$

Se tienen:

$$P'_{He} = P_0 2^{\gamma} + \frac{K}{A}\frac{L_0}{2} = 2^{\gamma} P_0 + \frac{K V_0}{2A^2}$$

y

$$V'_{He} = V_0 \frac{P_0}{P'_{He}} \qquad \left(\gamma = \frac{5}{3} = \gamma_{He} = \gamma_{Ar}\right)$$

b) El calor es:

$$Q = \cancel{Q_{Ar}}^{\,0} + Q_{He} = 0 + Q_{He}\Big|_{T\,cte} = -W_{He}\Big|_{T\,cte}$$

$$= nRT_0 \ln\left(\frac{V'_{He}}{V_0}\right) = nRT_0 \ln \frac{P_0}{P'_{He}} < 0$$

$$\left(\text{o bien} \quad Q_{He}\Big|_{T=T_0} = T_0\,\Delta S_{He} = T_0\, nR \ln \frac{V'_{He}}{V_0}\right)$$

Nota: Al ser los procesos reversibles no hizo falta el uso de ΔS (no necesario, pero útil, y está en $PV = cte$).