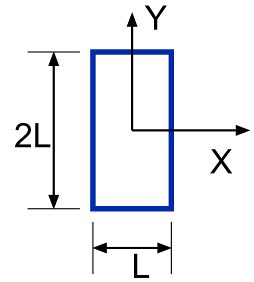
9.- Inducción electromagética

• **Problema 9.1**

La espira rectangular de la figura que está construida con un cable conductor, de conductividad σ_c y sección constante A. Calcular la intensidad de corriente inducida $I(t)$ por el campo $\boldsymbol{B} = B(x,t)\,\boldsymbol{k}$ en los siguientes casos:



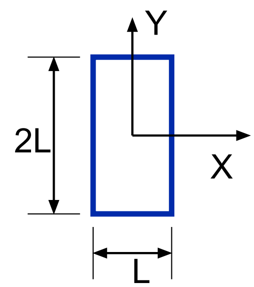
a) $B(x,t) = C\,t^n$ (n es entero positivo).
b) $B(x,t) = C\,x\,t$
c) $B(x,t) = C\,|x|\,t$

Solución :

a) $|I(t)| = \dfrac{n\,C\,L\,\sigma_c\,A}{3}\,t^{n-1}$ b) $I = 0$ c) $|I(t)| = \dfrac{C\,L^2\,\sigma_c\,A}{12}$

• **Problema 9.2**

La espira rectangular de la figura está construida con un cable de conductividad σ_c y sección constante A, se mueve con velocidad $\boldsymbol{v}$ constante respecto de los ejes indicados en el campo $\boldsymbol{B} = B_o\,(x/L)\,\boldsymbol{k}$ no uniforme ($B_0 > 0$). Calcular la intensidad de la corriente inducida $I(t)$ (indicando el sentido de esa corriente) en los siguientes casos:



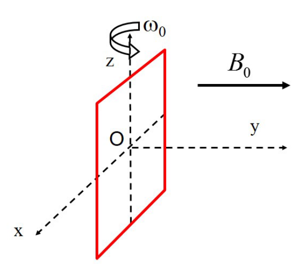
a) $\boldsymbol{v} = v_o\,\boldsymbol{i}$
b) $\boldsymbol{v} = v_o\,\boldsymbol{j}$
c) $\boldsymbol{v} = \frac{v_o}{\sqrt{2}}\,(\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j})$

Solución :

a) $|I(t)| = \dfrac{v_o\,B_o\,\sigma_c\,A}{3}$ b) $I = 0$ c) $|I(t)| = \dfrac{v_o\,B_o\,\sigma_c\,A}{3\,\sqrt{2}}$

• **Problema 9.3**

La espira cuadrada de la figura de lado L está construida con un cable de conductividad σ_c y sección uniforme A. Rota con velocidad angular constante $\boldsymbol{\omega}_o = \omega_o\,\boldsymbol{k}$ respecto de los ejes indicados en un campo $\boldsymbol{B}_o = B_o\,\boldsymbol{j}$ uniforme. Si en el instante inicial yace sobre el plano $y = 0$, calcular la corriente inducida $I(t)$ en función del tiempo.

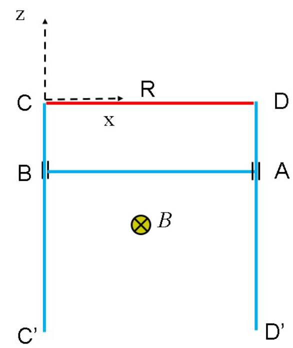


Solución :

$$I(t) = \frac{B_o L\,\omega_o\,\sigma_c\,A}{4}\ \mathrm{sen}(\omega_o\,t)$$

- **Problema 9.4**

La figura representa dos guías metálicas CC' y DD' verticales y paralelas con resistencia eléctrica despreciable, que están unidas por otro conductor DC, con resistencia R, paralelo al eje X. La varilla AB tiene masa M, longitud L, resistencia eléctrica despreciable y puede deslizar verticalmente sin rozamiento a lo largo de las guías manteniendo el contacto eléctrico. Inicialmente la varilla AB se encuentra en la posición $z = 0$, se deja caer en el campo uniforme $\boldsymbol{B}_o = B_o\,\boldsymbol{j}$ y se pide calcular:



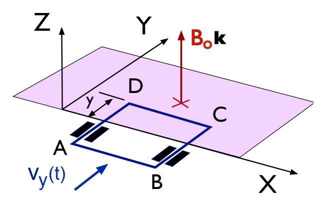
a) La corriente inducida en el circuito $ABCD$ cerrado en función de la velocidad $v_z(t)$ de la varilla.
b) La velocidad límite v_∞ que alcanza la varilla al caer.

Solución :

a) $\quad I(t) = \dfrac{B_o\,L}{R}\,v_z(t)$ $\qquad$ b) $\quad v_\infty = \dfrac{M\,g\,R}{B_o^2\,L^2}$

- **Problema 9.5**

La espira cuadrada $ABCD$ de la figura tiene lado L, resistencia R, masa m y se mueve sin rozamiento paralela al eje Y a lo largo de unas guías horizontales sobre el plano (X, Y), como muestra la figura. En el semiplano $Y > 0$ existe un campo magnético uniforme $\boldsymbol{B} = B_o\,\boldsymbol{k}$, en el instante inicial el tramo CD está sobre el eje X. Se le comunica a la espira una velocidad inicial $\boldsymbol{v} = v_o\,\boldsymbol{j}$. Despreciando el campo magnético producido por la corriente inducida se pide:



a) La fuerza sobre la espira en un instante genérico ($y > 0$).
b) La velocidad $v_y(t)$ de la espira.
c) La corriente inducida $I(t)$

Solución :

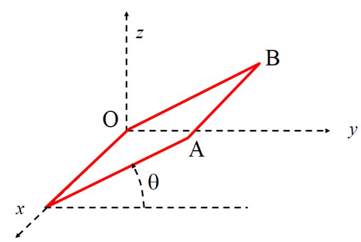
a) $\boldsymbol{F}_{sp} = -\dfrac{B_o^2 L^2\,v_y(t)}{R}\,\boldsymbol{j}$

b) $v_y(t) = v_o\,\exp(-t/\tau_o)$ $\quad$ donde, $\quad \tau_o = \dfrac{m\,R}{B_o^2\,L^2}$

c) $\quad |I(t)| = \dfrac{B_o\,L}{R}\,v_o\,\exp(-t/\tau_o)$ (corriente en sentido horario).

- **Problema 9.6**

Se hace girar alrededor del eje OX con velocidad angular constante $\boldsymbol{\omega}_o = \omega_o\, \boldsymbol{i}$ una espira cuadrada de lado L y resistencia R_L por unidad de longitud como se muestra en la figura. En el instante inicial $\theta = 0$. Si existe un campo $\boldsymbol{B} = (B_o/L)\,(z\,\boldsymbol{j} + y\,\boldsymbol{k})$ en dicha región del espacio se pide calcular:



a) El valor máximo I_{mx} de la intensidad de corriente inducida $I(t)$ que circula por la espira.
b) La diferencia de potencial entre los puntos A y B cuando circula la corriente I_{mx} máxima.
c) La energía disipada en una vuelta.

Solución :

$$\text{a)} \quad I_{mx} = \frac{B_o\, L\, \omega_o}{4\, R_L}$$

$$\text{b)} \quad V_B - V_A = \frac{3}{4}\, \omega_o\, L^2\, B_o$$

$$\text{c)} \quad U = \frac{\pi\, B_o^2\, L^3\, \omega_o}{4\, R_L}$$