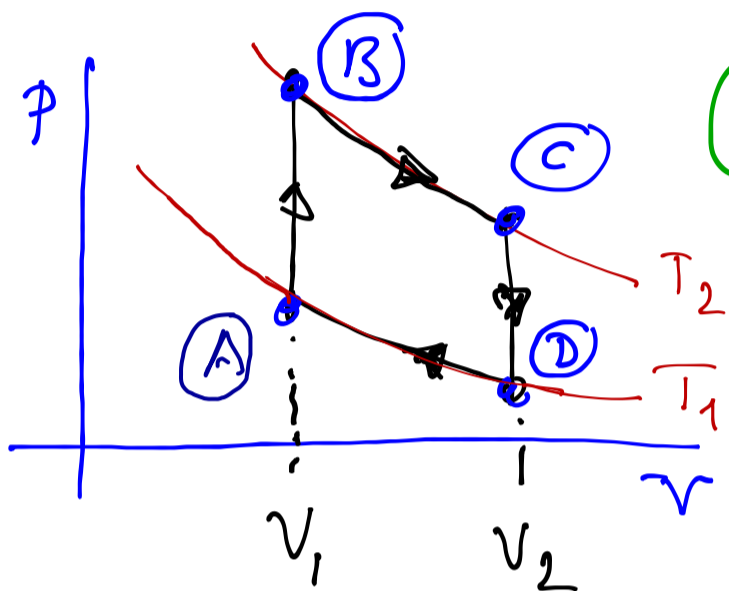


Vamos a desarrollar en detalle los ciclos del problema excepto el de **(A)** (Ciclo de Carnot) que se estudia en las clases de teoría.

Prob. 1.1.



(B) El ciclo del dibujo se establece entre dos curvas isotermas con $T_2 > T_1$, y dos isócoras ($V = \text{cte}$)

$$V_B = V_A = V_1$$

$$V_C = V_D = V_2$$

(c) En AB y CD tendremos $dV = 0$ ($V = \text{cte}$) luego el sistema no realiza trabajo ($dW = (-p)dV$) y

$$W_{AB} = W_{CD} = 0$$

Sin embargo hay un cambio en la energía interna del sistema puesto que en AB y DA el cambio de temperatura es $\Delta T \neq 0$. Aplicando el 1er principio:

$$\cancel{W_{AB}} + Q_{AB} = \Delta U_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_1) > 0$$

$$\cancel{W_{CD}} + Q_{CD} = \Delta U_{CD} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_2) < 0$$

(c) El proceso BC es una expansión isotérmica luego

$W_{BC} = (-nRT_2) \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) < 0$ y como T es cte
en BC $\Delta U_{BC} = 0$ (es un gas ideal) queda

$$\Delta U_{BC} = 0 = Q_{BC} + W_{BC} \rightarrow Q_{BC} = -W_{BC} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) > 0$$

(o) En el proceso DA tenemos una compresión isotérmica
y $\Delta U_{DA} = 0$ luego

$$\Delta U_{DA} = 0 = Q_{DA} + W_{DA} \rightarrow Q_{DA} = -W_{DA} = -nRT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) > 0$$

ya que $V_1 < V_2$

Otro modo de calcular el calor intercambiado en BC y
DA es emplear la definición de entropía. A lo largo
de la isotérmica $T_C = T_B = T_2$ se tiene,

$$\Delta S_{BC} = nR \left[\ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) + \frac{1}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) \right] = nR \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) > 0$$

$T_C = T_B$

y como $Q_{BC} = T_2 \Delta S \rightarrow Q_{BC} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) > 0$

Razonando del mismo modo se obtiene $\Delta S_{DA} = nR \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) < 0$

y entonces $Q_{DA} = T_1 \Delta S_{DA} < 0$

(o) Si el ciclo es reversible el cambio total de entropía

$$\Delta S_{TOT} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CD} + \Delta S_{DA} = 0$$

y además, $(V_A = V_B = V_1)$

$$\Delta S_{AB} = nR \left[\ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) + \frac{1}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right) \right] = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) > 0$$

$$\Delta S_{CA} = nR \left[\ln \left(\frac{V_C}{V_A} \right) + \frac{1}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_C}{T_A} \right) \right] = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right) < 0$$

Sumando todos los términos

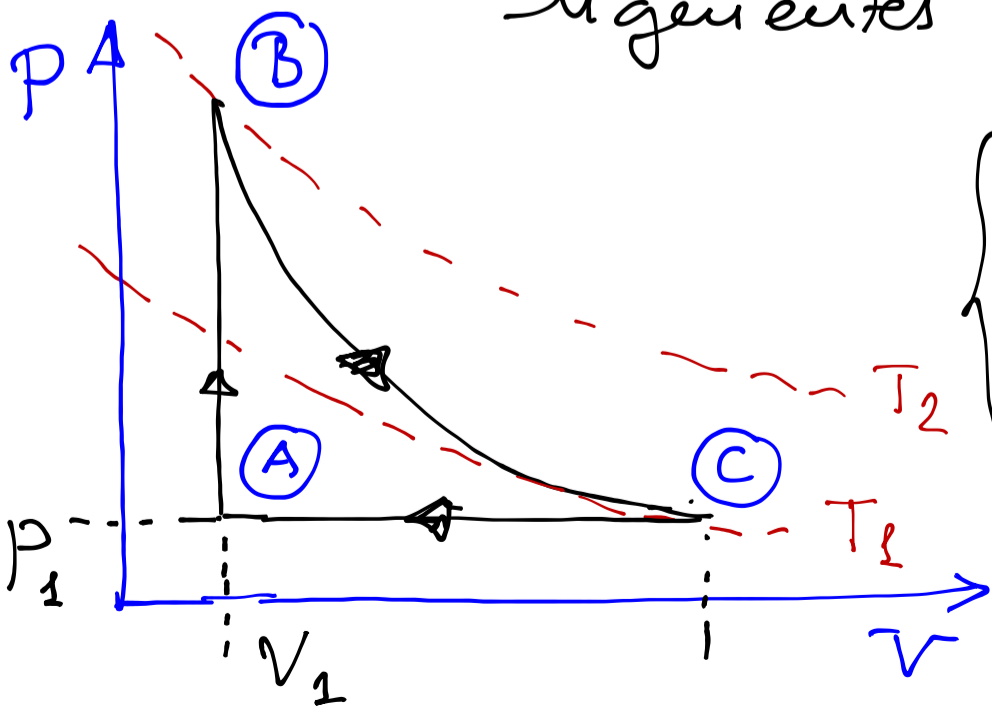
$$0 = nR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) + nR \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right) + \frac{nR}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + \frac{nR}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right) = 0$$

Agrupando queda,

$$\ln \left[\frac{V_2}{V_1} \times \frac{V_1}{V_2} \right] + \frac{1}{\gamma-1} \ln \left[\frac{T_2}{T_1} \times \frac{T_1}{T_2} \right] = 0$$

Se cumple para cualquier (V_1, V_2) y (T_1, T_2)

Ⓒ El ciclo del dibujo está formado por los siguientes procesos



- AB → Curva isocora ($V = \text{cte}$)
- BC → Curva adiabática ($\Delta S = 0$)
- CA → Curva isobara ($p = \text{cte}$)

A demás, $T_2 > T_1$

En AB el volumen es constante luego $W_{AB} = 0$

($dW = (-p) dv$) y aplicado el primer principio:

$$Q_{AB} + \cancel{W_{AB}}^0 = \Delta U_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_1) > 0$$

El proceso BC es adiabático luego $Q_{BC} = 0$ y

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} + \cancel{Q_{BC}}^0 = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_2) < 0$$

Finalmente en CA el proceso es isócoro (\dot{p} constante) y entonces:

$$W_{CA} = \int (-p) dv = (-p) [v_1 - v_c] > 0 \quad \Delta U_{CA} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_c)$$

$$Q = \Delta U - W \rightarrow Q_{CA} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_A - T_c) + \dot{p}_1 (v_A - v_c)$$

$$Q_{CA} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_A - T_1) + \dot{p}_1 (v_A - v_c) = \frac{nR}{\gamma-1} (T_A - T_1) + \dot{p}_1 v_A - \dot{p}_1 v_c$$

$$Q_{CA} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_A - T_1) + nRT_A - nRT_1 = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} (T_A - T_1)$$

$Q_{CA} = \Delta H_{CA}$ Recuperamos que el calor en un proceso a presión constante es igual a la variación de entalpía, que en el caso de un gas ideal sólo depende de la temperatura.

Para el tramo AB podemos calcular la variación de entropía,

$$\Delta S_{AB} = nR \left[\ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) + \frac{1}{r-1} \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right) \right] = \frac{nR}{r-1} \ln \left(\frac{T_2}{T_A} \right) > 0$$

$\circ \quad (V_B = V_A)$

y para ΔS_{CA} tenemos también,

$$\Delta S_{CA} = nR \left[\frac{r}{r-1} \ln \left(\frac{T_A}{T_1} \right) - \ln \left(\frac{P_A}{P_C} \right) \right] = \frac{nR}{r-1} \gamma \ln \left(\frac{T_A}{T_1} \right) < 0$$

$(P_A = P_C) \quad \circ$

Para que el ciclo sea reversible tiene que suceder que

$$\Delta S_{TOT} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA} = 0 \quad \text{pues BC es un proceso adiabático}$$

Tenemos entonces

$$\Delta S_{TOT} = 0 = \frac{nR}{r-1} \ln \left(\frac{T_2}{T_A} \right) + \frac{nR \gamma}{r-1} \ln \left(\frac{T_A}{T_1} \right) = 0$$

$$\ln \left(\frac{T_2}{T_A} \right) + \gamma \ln \left(\frac{T_A}{T_1} \right) = 0 \rightarrow T_A = \frac{T_1^{\gamma/r-1}}{T_2^{1/r-1}}$$