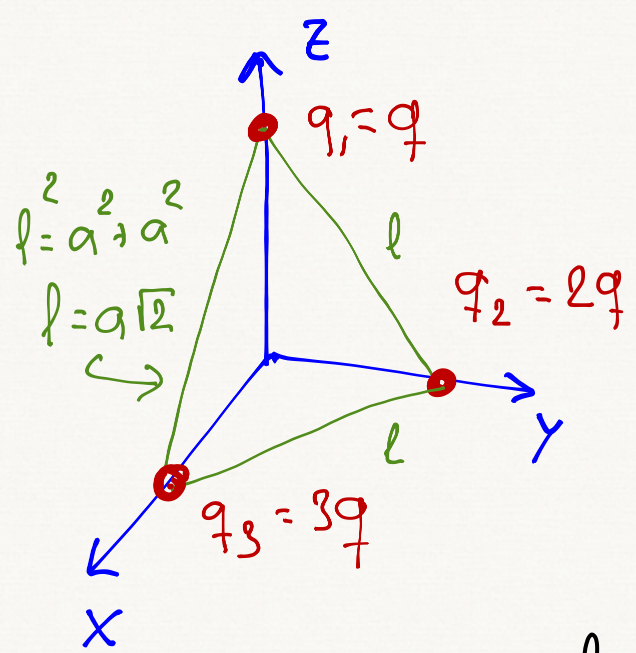
Las tres cargas del problema están situadas en los vértices de un tetraedro de lado $a\sqrt{2}$ **P. 3. 10**



(a) Para calcular la energía electrostática de un conjunto discreto de cargas empleamos la ecuación:

$$U_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i \phi_J(\bar{r}_i)$$

donde $\phi_J(\bar{r}_j)$ es el potencial eléctrico en el punto donde está la carga q_i pero "excluida" esta. Es decir que tendremos:

$$U_e = \frac{1}{2} q_1 \phi(\bar{r}_1) + \frac{1}{2} q_2 \phi(\bar{r}_2) + \frac{1}{2} q_3 \phi(\bar{r}_3)$$

y los potenciales en cada punto son:

$$\phi_1 = \phi(\bar{r}_1) = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}}$$

$$\phi_2 = \phi(\bar{r}_2) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{3}}$$

$$\phi_3 = \phi(\bar{r}_3) = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}}$$

y queda siendo $q_1 = q$ $q_2 = 2q$ y $q_3 = 3q$

$$U_e = \frac{1}{8\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}}\left[\underset{2q^2}{q_1q_2} + \underset{3q^2}{q_1q_3} + \underset{2q^2}{q_2q_1} + \underset{6q^2}{q_2q_3} + \underset{6q^2}{q_3q_2} + \underset{3q^2}{q_1q_3}\right]$$

$$U_e = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}}\left[\overbrace{2+3+2+6+6+3}^{=22}\right]$$

$$U_e = \frac{22q^2}{8\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} = \frac{22q^2\times\sqrt{2}}{8\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{22q^2\sqrt{2}}{8\pi\epsilon_0 2a}$$

y queda $U_e = \dfrac{11\sqrt{2}\,q^2}{8\pi\epsilon_0 a}$

(b) La energía potencial de la carga Q es $E_p = Q\,\phi(0)$ donde $\phi(0)$ es el potencial electrostático en el punto en que se encuentra.

$$\phi(0) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{6q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$E_p = Q\,\frac{6q}{4\pi\epsilon_0 a} = Q\,\frac{3q}{2\pi\epsilon_0 a}$$

(c) La energía del conjunto será la suma de las energías $U'_e = U_e + E_p$