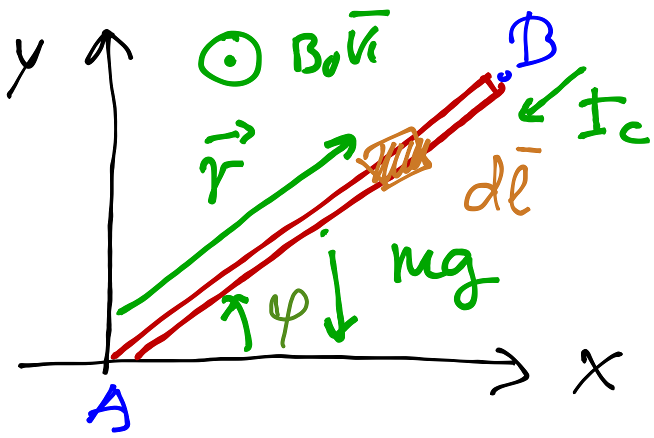
Prob. 7.12

En este caso el esquema de fuerzas es el del dibujo. El peso está aplicado en el centro de masas de la barra y empleamos coordenadas cilíndricas



Para que la varilla gire debe haber un momento de la fuerza magnética respecto del origen

$$d\vec{L}_m = \vec{r}\,' \wedge d\vec{F}_m$$

donde $\vec{r}\,'$ es la posición del elemento de circuito $d\vec{l}\,'$ donde se aplica la fuerza $d\vec{F}_m$.

$$\vec{r} = r\vec{u}_r \quad y \quad d\vec{F}_m = I_c\, d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

$$d\vec{F}_m = I_c\left[(dr\,\vec{u}_\rho) \wedge (B_0\vec{k})\right] = I_c B_0\, dr\, \underbrace{(\vec{u}_\rho \wedge \vec{k})}_{= -\vec{u}_\varphi}$$

$$d\vec{F}_m = I_c B_0\, dr\,(-\vec{u}_\varphi)$$ luego

NOTA: Se comprueba que el signo de la corriente para que el par que produce sea opuesto al del peso

$$d\vec{L}_m = (r\vec{u}_\rho) \wedge \left[I_c B_0\, dr\,(-\vec{u}_\varphi)\right]$$

$$d\vec{L}_m = -I_c B_0\,(r\,dr)\,\underbrace{(\vec{u}_\rho \wedge \vec{u}_\varphi)}_{= \vec{k}} = -I_c B_0\,(r\,dr)\,\vec{k}$$

$$\vec{L}_m = -\int_0^L I_c B_0 \, r\,dr\,\vec{k} = (-I_c B_0 \vec{k}) \int_0^L r\,dr$$

$$\vec{L}_m = (-I_c B_0 \vec{k}) \frac{L^2}{2} \longrightarrow \vec{L}_m = I_c B_0 \frac{L^2}{2} \vec{k}$$

para que la barra gire alrededor del eje que pasa por el pto. A el momento $\vec{L}_m$ tiene que cancelar el momento $\vec{L} = \left(\frac{L}{2}\vec{u}_\rho\right) \wedge (-mg\,\vec{j})$ de la fuerza $\vec{F} = -mg\,\vec{j}$ respecto del centro de masas

$$\vec{L}_m - \vec{L} = 0 = -I_c B_0 \frac{L^2}{2} \vec{k} - \left[-\frac{L}{2} mg\,(\vec{u}_\rho \wedge \vec{j})\right]$$

$$(\vec{u}_\rho \wedge \vec{j}) = (\cos\varphi\,\vec{i} + \operatorname{sen}\varphi\,\vec{j}) \wedge \vec{j} = \cos\varphi\,\vec{k}$$

$$\vec{L}_m - \vec{L} = 0 = -I_c B_0 \frac{L^2}{2} \vec{k} + \frac{L}{2} mg \cos\varphi\,\vec{k}$$

luego $\quad -I_c B_0 \frac{L^{\cancel{2}}}{\cancel{2}} + \frac{\cancel{L}}{\cancel{2}} mg \cos\varphi = 0$

$$-I_c B_0 L + mg\cos\varphi = 0 \longrightarrow B_0 = -\frac{mg}{I_c L}\cos\varphi$$