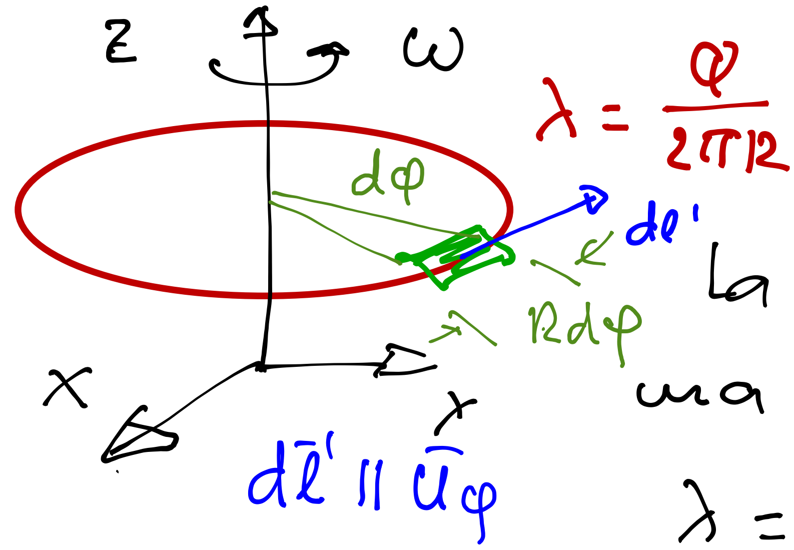

Prob. 8.1

La espira de carga Q tiene una densidad lineal de carga $\lambda = \frac{Q}{2\pi R}$ y al girar es equivalente a una corriente eléctrica.

$$I_c = \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt} = \frac{dQ}{d\varphi}\omega = \underbrace{\frac{Q}{2\pi}}\omega$$

↳ Esto es la carga Q dividida por los 2π radianes de la circunferencia

El momento magnético de una espira plana es,

$$\vec{m} = (S I_c)\,\vec{n}$$

$S \equiv$ superficie $S = \pi R^2$ y $\vec{n} = \vec{k}$ es un vector unitario perpendicular a su superficie

$$\vec{m} = (\pi R^2) \times \left(\frac{Q}{2\pi}\omega\right) \times \vec{k} = \frac{Q\omega R^2}{2}\vec{k}$$

El momento mecánico que experimenta la espira es

$\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ y si el campo es $\vec{B} = B_0\vec{k}$

$$\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B} = \left[\frac{Q\omega R^2}{2}\vec{k}\right] \wedge \left[B_0\vec{k}\right] = 0$$

cuando el campo es $\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j}$

$$\vec{\Gamma} = \left[\frac{Q\omega R^2}{2}\vec{k}\right]\wedge\left[B_x\vec{i}+B_y\vec{j}\right]$$

$$\vec{\Gamma} = \frac{Q\omega R^2}{2}\left[B_x\underbrace{(\vec{k}\wedge\vec{i})}_{=\vec{j}} + B_y\underbrace{(\vec{k}\wedge\vec{j})}_{=-\vec{i}}\right]$$

$$\vec{\Gamma} = \frac{Q\omega R^2}{2}\left(-B_y\vec{i}+B_x\vec{j}\right)$$

La fuerza que ejerce el campo magnético sobre un elemento de la espira con elemento de longitud $d\vec{\ell}' = (R\,d\varphi)\,\vec{u}_\varphi$ (ver el dibujo)

$$d\vec{F}_m = d\vec{\ell}'\wedge\vec{B}$$ que para $\vec{B} = B_0\vec{k}$

$$d\vec{F}_m = (R\,d\varphi)\,\vec{u}_\varphi\wedge(B_0\vec{k}) = (R B_0\,d\varphi)\underbrace{[\vec{u}_\varphi\wedge\vec{k}]}_{=\vec{u}_\rho}$$

$$d\vec{F}_m = (R B_0\,d\varphi)\,\vec{u}_\rho$$

Ambas integrales son nulas

$$\vec{F}_m = R B_0\left[\vec{i}\int_0^{2\pi}\cos\varphi\,d\varphi + \vec{j}\int_0^{2\pi}\operatorname{sen}\varphi\,d\varphi\right]$$

Por consiguiente $\vec{F}_m = 0$

Para el segundo campo repetimos la operación

$$d\vec{F}_m = [R\,d\varphi\,\vec{u}_\varphi]\wedge[B_x\vec{i}+B_y\vec{j}]$$

$$d\vec{F}_m = (R\,d\varphi)\left[-\operatorname{Sen}\varphi\,\vec{i} + \operatorname{Cos}\varphi\,\vec{j}\right] \wedge \left[B_x\vec{i} + B_y\vec{j}\right]$$

$$d\vec{F}_m = (R\,d\varphi)\left[-\operatorname{Sen}\varphi\, B_y\,\underbrace{(\vec{i}\wedge\vec{j})}_{=\vec{k}} + B_x \operatorname{Cos}\varphi\,\underbrace{(\vec{j}\wedge\vec{i})}_{=-\vec{k}}\right]$$

$$d\vec{F}_m = R\,d\varphi\left[-\operatorname{Sen}\varphi\, B_y - \operatorname{Cos}\varphi\, B_x\right]\vec{k}$$

$$\vec{F}_m = \left[-R B_y \int_0^{2\pi} \operatorname{Sen}\varphi\, d\varphi - R B_x \int_0^{2\pi} \operatorname{Cos}\varphi\, d\varphi\right]\vec{k} = 0$$

De nuevo estas dos integrales son nulas.