El campo magnético es estacionario

Prob: 9.5

$$\bar{B} = \begin{cases} B_0 \vec{k} & \text{si } y \geq 0 \\ 0 & \text{si } y < 0 \end{cases}$$

(a) Tenemos que calcular:

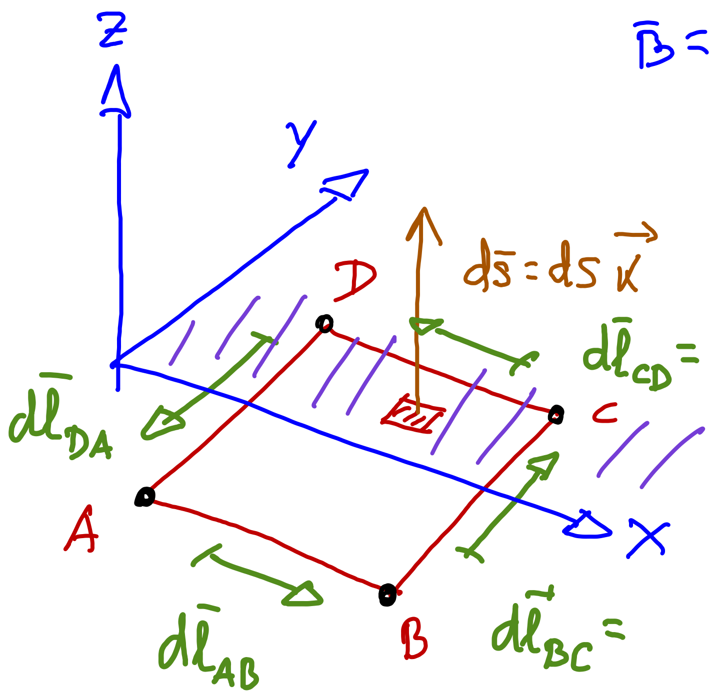
$$d\vec{F} = I\, d\bar{l} \wedge \vec{B}$$

$$d\vec{F}_{esp} = \cancel{d\vec{F}_{AB}} + d\vec{F}_{BC} + d\vec{F}_{CD} + d\vec{F}_{DA}$$

$\bar{B} = 0$ en AB

Son iguales y cambiados de signo

$d\vec{F}_{BC} = -d\vec{F}_{DA}$ $\quad d\vec{l}_{BC} = -d\vec{l}_{DA}$



Solo hay que evaluar

$$d\vec{F}_{CD} = I_c (d\bar{l}_{CD} \wedge \bar{B})$$

Primero calculamos la corriente empleando la ley de Lenz

$$I_c R = -\frac{d\phi}{dt} \qquad \text{flujo } \phi = \int \bar{B} \cdot d\bar{s} \rightarrow \begin{cases} d\bar{s} = ds\,\vec{k} \\ ds = L\,dy \end{cases}$$

$$\phi = \int_0^y B_0 (L\,dy) = B_0 L y \qquad I_c = -\frac{1}{R}\frac{d}{dt}(B_0 L y)$$

$$I_c = -\frac{B_0 L}{R} v_y \qquad v_y \equiv \text{velocidad de la espira.}$$

Calculamos la fuerza sobre la espira en un instante genérico

$$d\vec{F}_{CD} = I_c (d\bar{l}_{CD} \wedge \bar{B}) = \left(-\frac{B_0 L}{R} v_y\right) \left[(-dx\,\vec{i}) \wedge (B_0 \vec{k})\right]$$

$$d\vec{F}_{CD} = \frac{B_o^2 L}{R} v_y \, dx [\vec{\imath} \wedge \vec{k}] = -\frac{B_o^2 L}{R} v_y \, dx \, \vec{\jmath}$$

$$\vec{F}_{CD} = \left[\int_0^L \frac{B_o^2 L}{R} v_y \, dx\right] (-\vec{\jmath}) = -\frac{B_o^2 L^2}{R} v_y \vec{\jmath}$$

Introducimos la fuerza en la 2ª ley de Newton para obtener la ecuación de movimiento de la espira

$$m \frac{dV_y}{dt} = F_{CD} = -\frac{B_o^2 L^2}{R} V_y \qquad \frac{dV_y}{dt} = -\frac{B_o^2 L^2}{mR} V_y$$

$$\frac{dV_y}{V_y} = -\frac{B_o^2 L^2}{mR} dt$$ y $\frac{mR}{B_o^2 L^2} = \tau_o$ tiene unidades de tiempo.

$$\frac{dV_y}{V_y} = -\frac{dt}{\tau_o} \rightarrow V_y = V_o e^{-t/\tau_o}$$

V_o es la velocidad inicial de la espira

(b) Sustituimos V_y en I_c para calcular la corriente inducida en función del tiempo

$$I_c(t) = -\frac{B_o L}{R} V_y \qquad I_c(t) = -\frac{B_o L V_o}{R} e^{-t/\tau_o}$$