Meteorología

GRADO EN GESTIÓN Y OPERACIONES DEL TRANSPORTE AÉREO

Departamento de Física Aplicada

Capacidad calorífica a volumen constante: C_v

$$C_V \equiv \partial U/\partial T|_{V,N}$$

$$\mathrm{d}U = T\,\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + \mu dN$$

$$C_V = T\partial S/\partial T|_{V,N}$$

$$\Delta U = Q = \int T\ dS = \int C_V\ dT.$$

Gases ideales: $U = \frac{nRT}{\gamma - 1}$ tenemos

$$\boxed{C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}}$$

Calor específico a volumen constante del gas ideal: c_v

$$C_V = \frac{nR}{\gamma - 1} = n\,c_{v-molar}$$

$$n\,c_{v-molar} = n\,\overline{m}_m \frac{c_{v-molar}}{\overline{m}_m} = Mc_v$$

De donde

$$c_v = \frac{R}{\overline{m}_m}\frac{1}{\gamma - 1} = \boxed{R_a \frac{1}{\gamma - 1} = c_V}$$

Siendo $R_a = \frac{R}{\overline{m}_m} = 287 \frac{m^2}{s^2 K}$ la constante individual del aire

Capacidad calorífica a presión constante C_p

$C_p \equiv \partial H/\partial T|_{p,N}$ donde $H \equiv U + pV$

$$dH = TdS + Vdp + \mu dN \rightarrow C_p = T\partial S/\partial T|_{p,N}$$

$$\Delta H = Q = \int T\, dS = \int C_p\, dT.$$

Gases ideales: $H = \frac{\gamma}{\gamma-1}nRT$ tenemos

$$C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1}nR$$

Calor específico a presión constante del gas ideal: c_p

$$C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} nR = n c_{p-molar}$$

$$n c_{p-molar} = n\overline{m}_m \frac{c_{p-molar}}{\overline{m}_m} = Mc_p$$

De donde

$$c_p = \frac{R}{\overline{m}_m}\frac{\gamma}{\gamma - 1} = \boxed{R_a \frac{\gamma}{\gamma - 1} = c_p}$$

Tenemos entonces

$$c_p = \gamma c_V$$

Estabilidadd del aire seco

Denominamos partícula a un cierta masa de aire de tamaño suficiente como para producir efectos meteorológicos.
Analicemos una partícua de aire seco en una columna de aire con gradiente vertical de temperatura α

$$\alpha \equiv -\frac{\partial T}{\partial h}$$

α se toma como $6.5K/km$ en la tropósfera de la atmósfera estándar.

Estabilidad del aire seco

Hacemos varias aproximaciones:

Aproximación 1. La partícula se transforma adiabáticamente.

Aproximación 2. La columnna de aire está en equilibrio hidrostático. $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}h} = -g\rho$

Aproximación 3. La columnna de aire y la partícula tienen la misma presión.

Estabilidad del aire seco: transformación adiabática

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$$

o bien, utilizando $pV = nRT$ tenemos

$$p_2 V_2^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma}$$

llamada *ecuación de Poisson*.
Finalmete, de las dos anteriores tenemos:

$$T_2 p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad \text{o bien} \quad \boxed{T_2 p_2^{-\frac{R_a}{c_p}} = T_1 p_1^{-\frac{R_a}{c_p}}}$$

Para el aire seco tenemos: $\frac{R_a}{c_p} \approx 0.288$
(adimensional)

Estabilidad del aire seco: equilibrio hidrostático

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}h} = -g\rho$$

Se define γ, llamado coeficiente de enfriamiento del aire seco como

$$\gamma \equiv -\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}h}$$

Sabemos que con las aproximaciones anteriores tenemos para el aire seco:

$$\gamma = \frac{g}{c_p} \approx 9.86K/km$$

Estabilidad del aire seco

Como

$$\rho = \frac{p}{R_a T}$$

Tenemos tres casos:

$\gamma' > \alpha$ Estable

$\gamma' < \alpha$ Inestable

$\gamma' = \alpha$ Neutro

Definición 0.1 (Temperatura potencial θ). *La temperatura alcanzada por el gas cuando, mediante una transformación adiabática este alcanza la presión de referencia.* $p_0 = 1000mbar$

Tenemos pués:

$$\frac{\theta}{T} = \left(\frac{1000}{p}\right)^{\frac{R_a}{c_p}}$$

Haciendo la derivada en la ecuación anterior tenemos:

$$\frac{1}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial h} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial h} + \gamma\right)$$

Estabilidad del aire seco

$$\frac{1}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial h} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial h} + \gamma'\right) = \sigma$$

donde se define el índice de estabilidad como

$$\sigma = \frac{1}{T}(\gamma' - \alpha)$$

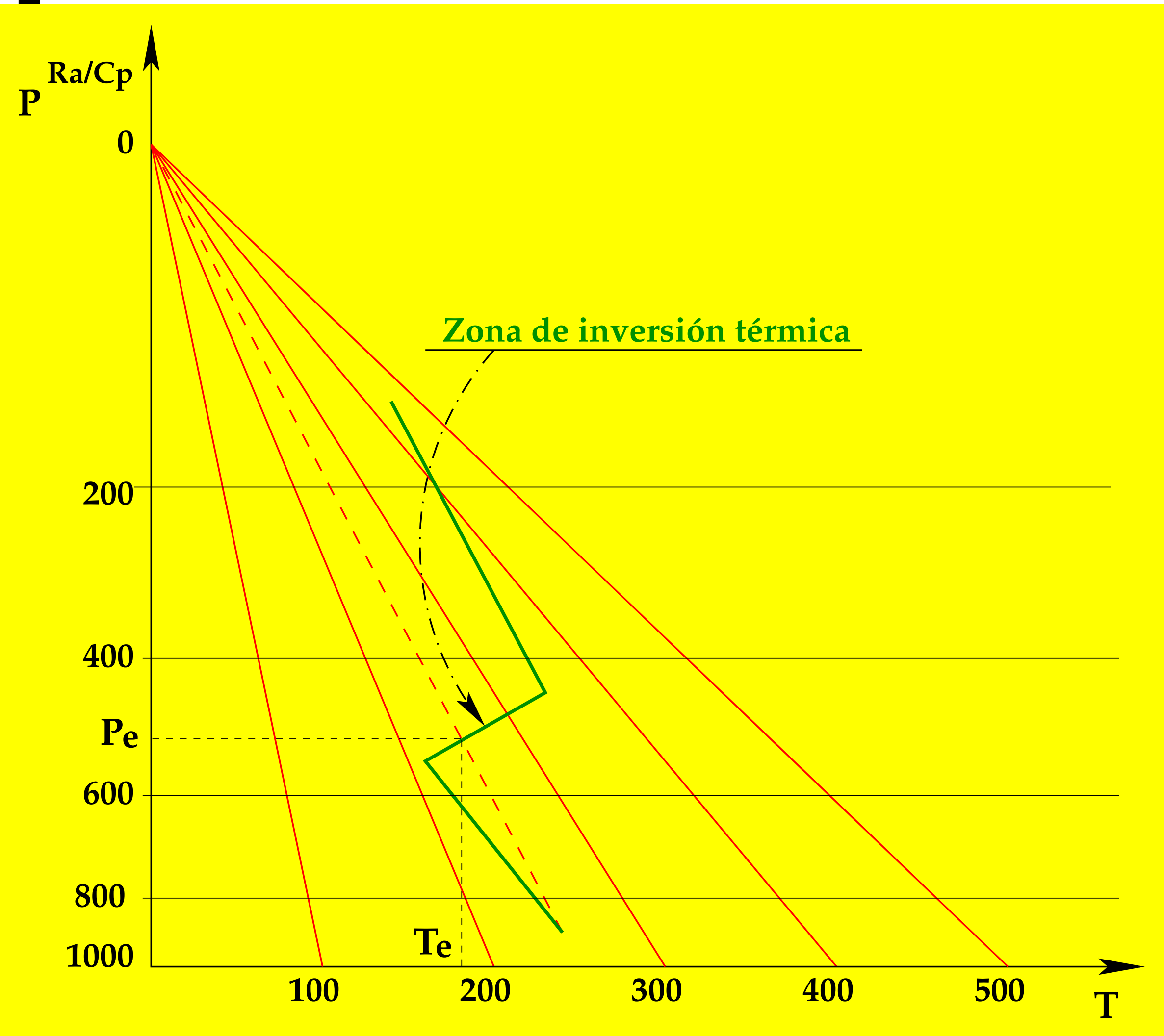
Tenemos ahora:

$\gamma' > \alpha$ Estable. $\sigma > 0$

$\gamma' < \alpha$ Inestable. $\sigma < 0$

$\gamma' = \alpha$ Neutro. $\sigma = 0$

Estabilidad del aire seco.Diagrama de Stüve

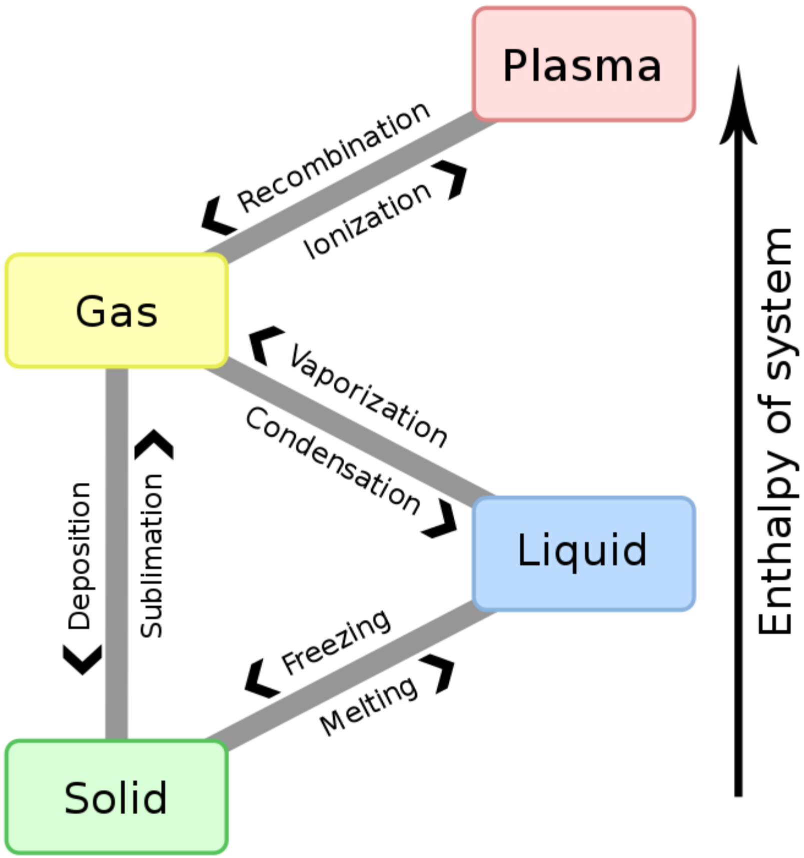


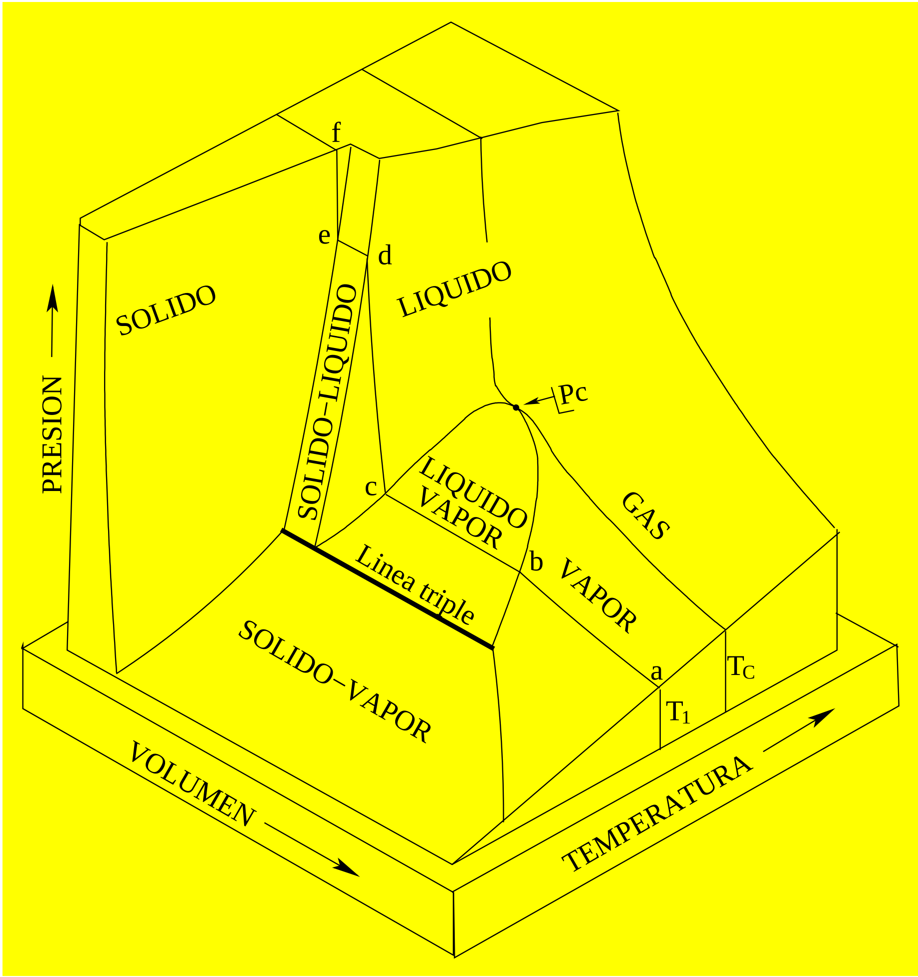
Adiabática seca
Isobaras
Curva de estado

T_e: Temperatura de equilibrio.

P_e: Presión de equilibrio.

Fases termodinámicas





Presión parcial

Para mezcla de gases, se define la presión parcial del gas i como la presión que habría si sólo estuviera dicho gas en el recinto, manteniendo volumen y temperatura.

$$p_i = \frac{RT}{V} n_i$$

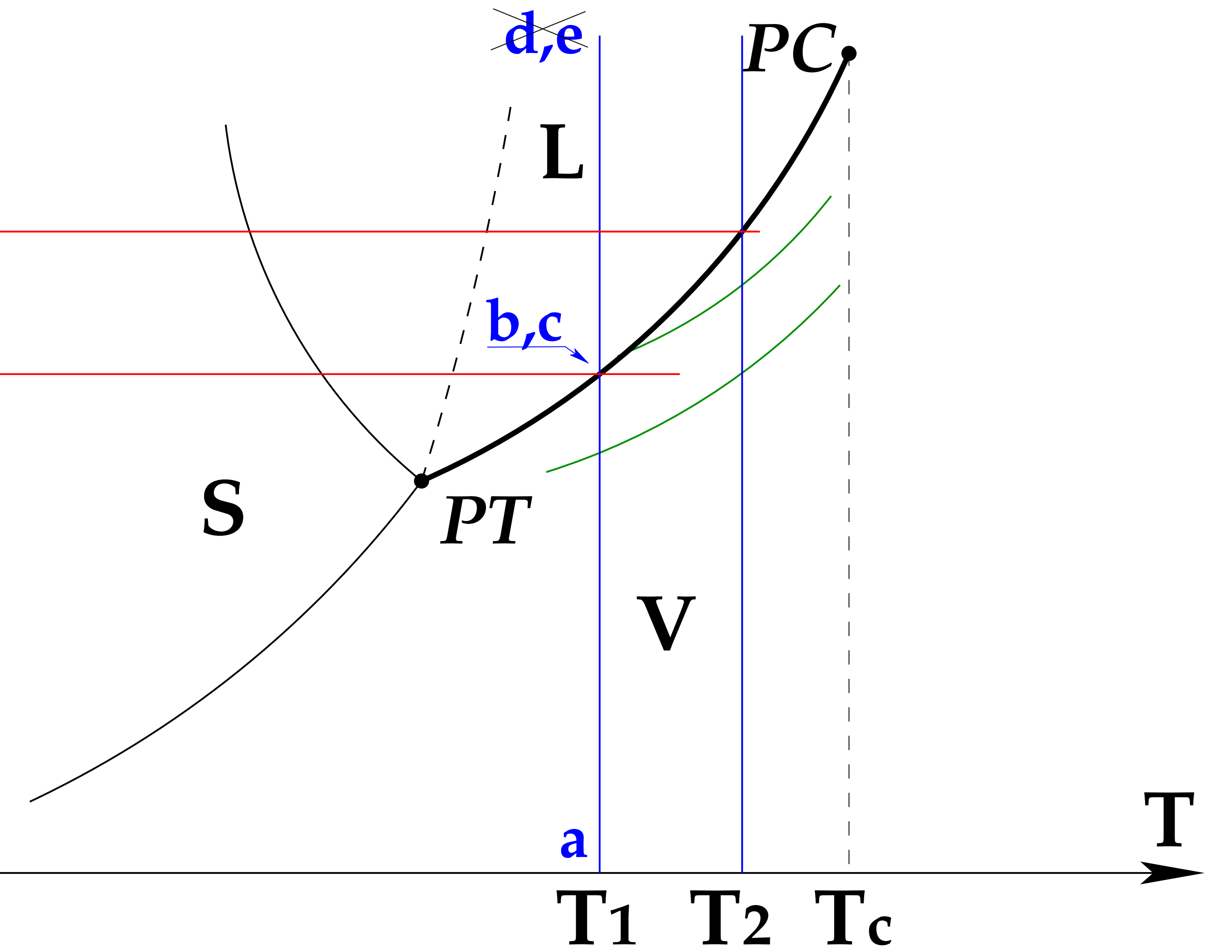
Por tanto

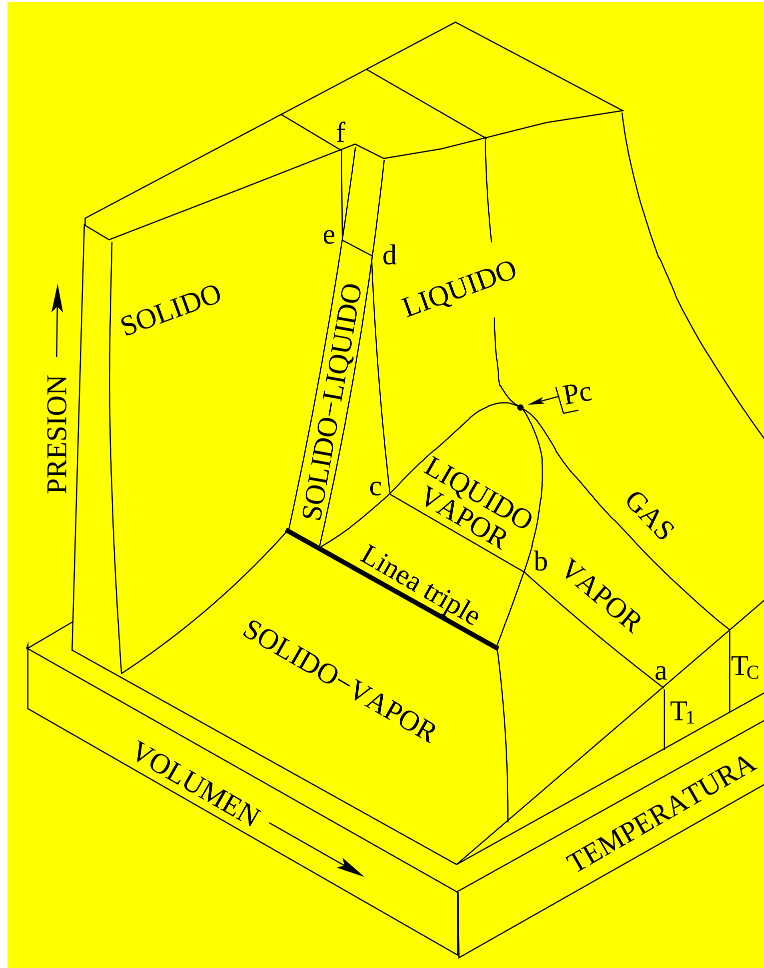
$$p = \sum_i p_i = \frac{RT}{V} n \sum_i \frac{n_i}{n} = p \sum_i \chi_i$$

siendo χ_i la fracción molar del gas i.

En el caso del vapor de H_2O, su presión parcial

Fases termodinámicas





Cambio de fase líquido-vapor

En un cambio de fase líquido-vapor, despreciando el volumen del líquido frente al vapor, tomando el vapor como gas ideal y haciendo $L \approx Cte$. tenemos:

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}T} \simeq \frac{\mu_m L E}{R T^2} \rightarrow \frac{\mathrm{d}E}{E} \simeq \mu_m L \frac{\mathrm{d}T}{R T^2}$$

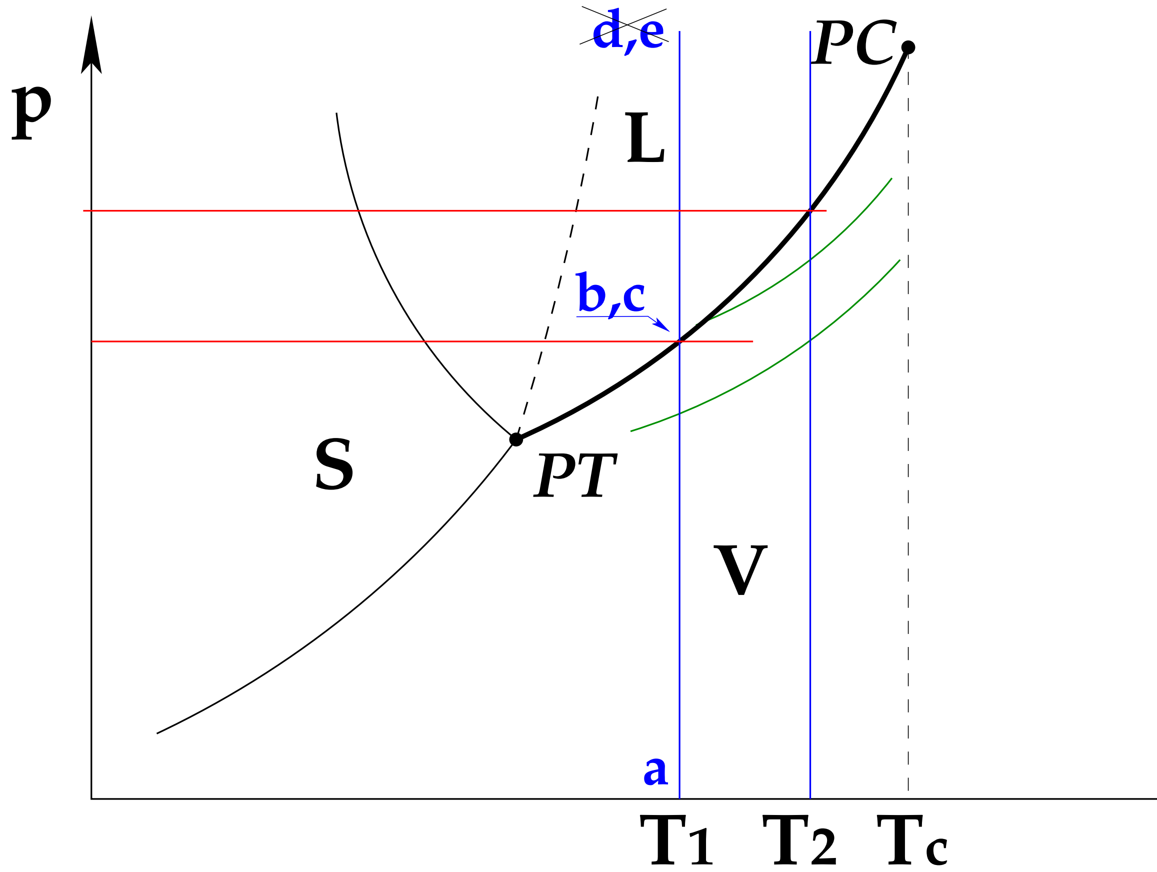
Donde L es la *entalpía específica del cambio de fase* (antes llamada *calor latente*), μ_m la masa molar de la sustancia y E es la presión parcial del vapor en equilibrio con la fase líquida: presión o tensión saturante

Tenemos por tanto para $E(T)$, presión de vapor del H_2O

$$(T) = E_0 e^{-\frac{\mu_m L}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$$

n caso del H_2O tene-
os $\mu_m = 18$

- $L_{vaporizacin} = 2257\ kJ/kg = 539.4\ cal/g$
- $L_{fusin} = 334\ \ kJ/kg = 79,7\ cal/g$



Fases termodinámicas

La temperatura para la cual $E(T) =$presión atmosférica se llama temperatura de ebullición T_e.

Para el H_2O si $p = 1atm$ tenemos $T_e = 100^oC$

Evaporación de H_2O en la superficie de árboles con $T < T_e$.

Ecuación de estado del aire húmedo, seco y vapor de agua

$$\underbrace{\bar{p} = \bar{\rho} R_a T}_{Aire\ seco} \qquad \underbrace{e = \rho' R' T}_{Vapor\ de\ H_2O} \qquad \underbrace{p = \rho \bar{R} T}_{Aire\ completo}$$

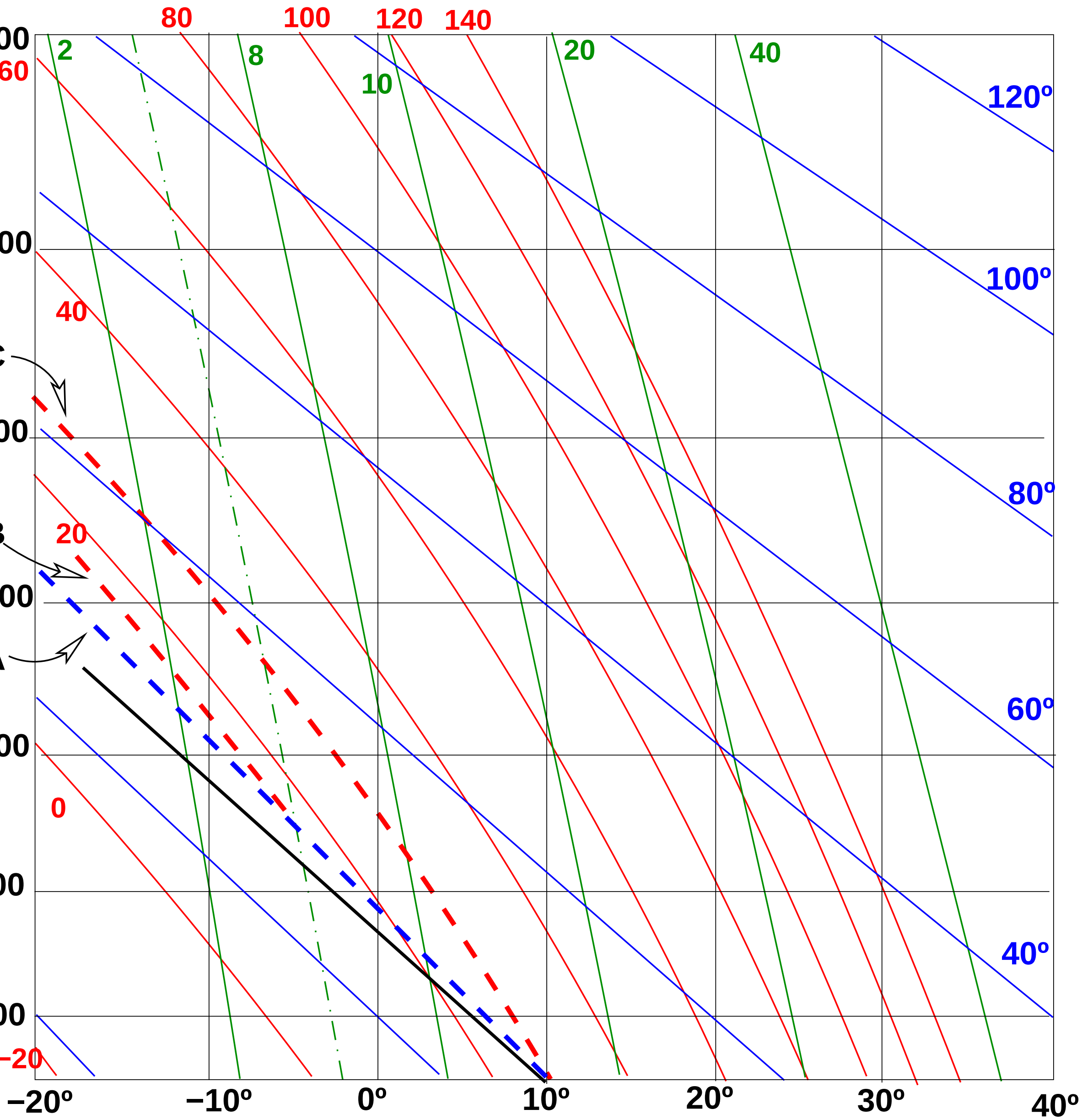
Siendo $p = \bar{p} + e$, $R' = R/18$ y $R_a = R/28.9$

Por tanto $R_a = \varepsilon R'$ siendo $\varepsilon = \frac{5}{8} = 0.6$

Medida de la cantidad de vapor de H_2O en el aire

- Humedad absoluta: a=(masa de vapor)/(volumen de aire húmedo) $[g/m^3]$. O bien: $a = \rho'$.
- Proporción de mezcla: m=(masa de vapor)/(masa de aire seco) $[g/kg]$. O bien: $m = \varepsilon \frac{e}{p-e}$ y $M = \varepsilon \frac{E}{p-E}$
- Humedad específica: q=(masa de vapor)/(masa de aire húmedo) $[g/kg]$. O bien $q = \frac{1}{1+\frac{1}{m}} = \frac{5e}{8p-3e}$
- Humedad relativa: $h = 100e/E$.

Diagrama de Stüve. aire húmedo



- Adiabática seca.
- Adiabática saturad
- Igual proporción de mezcla
- Curva de estado

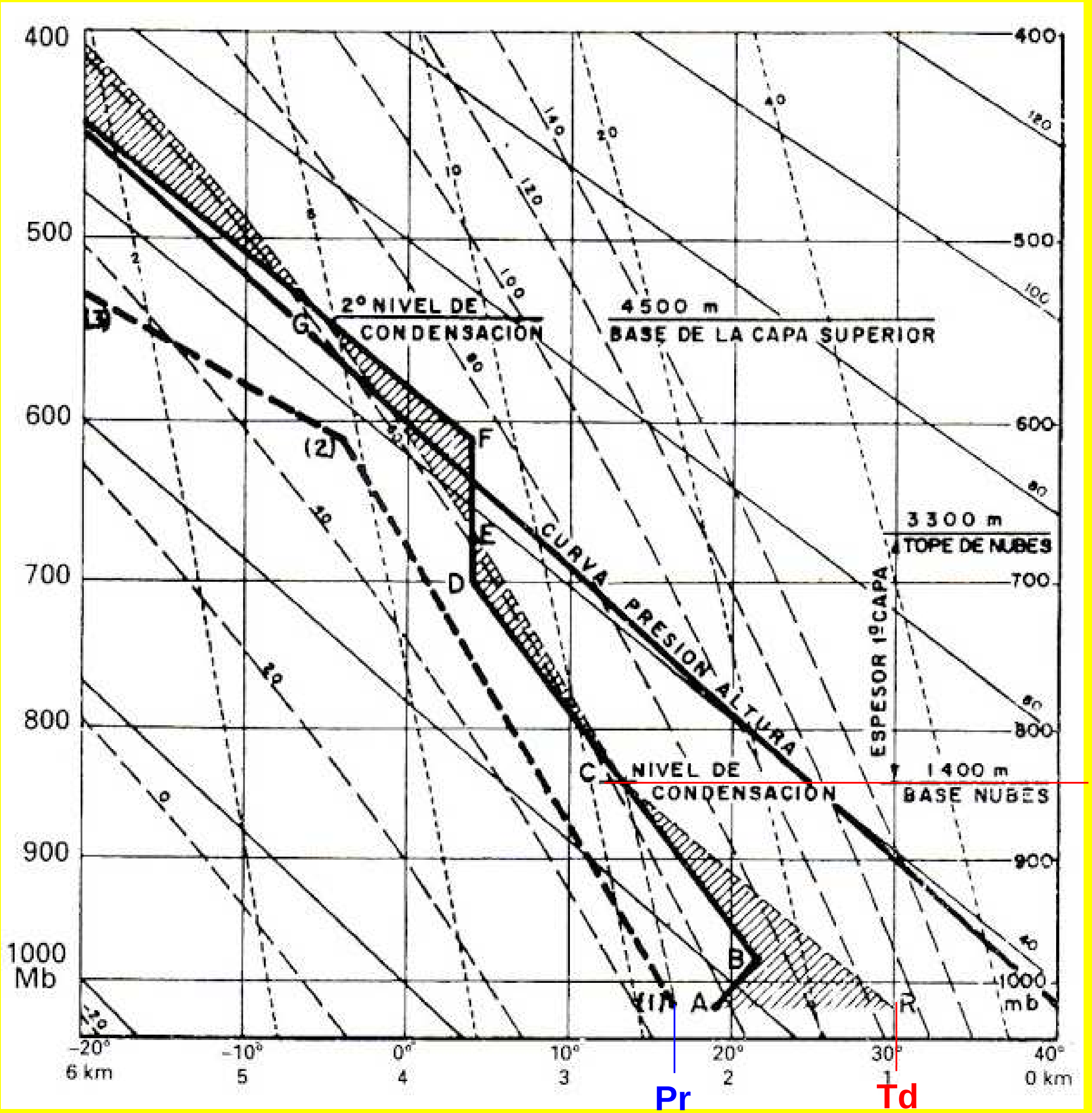
Tres proporciones d mezcla diferentes:

A $m = 0$

B $m = 3g/kg$

C $m > 9g/kg$

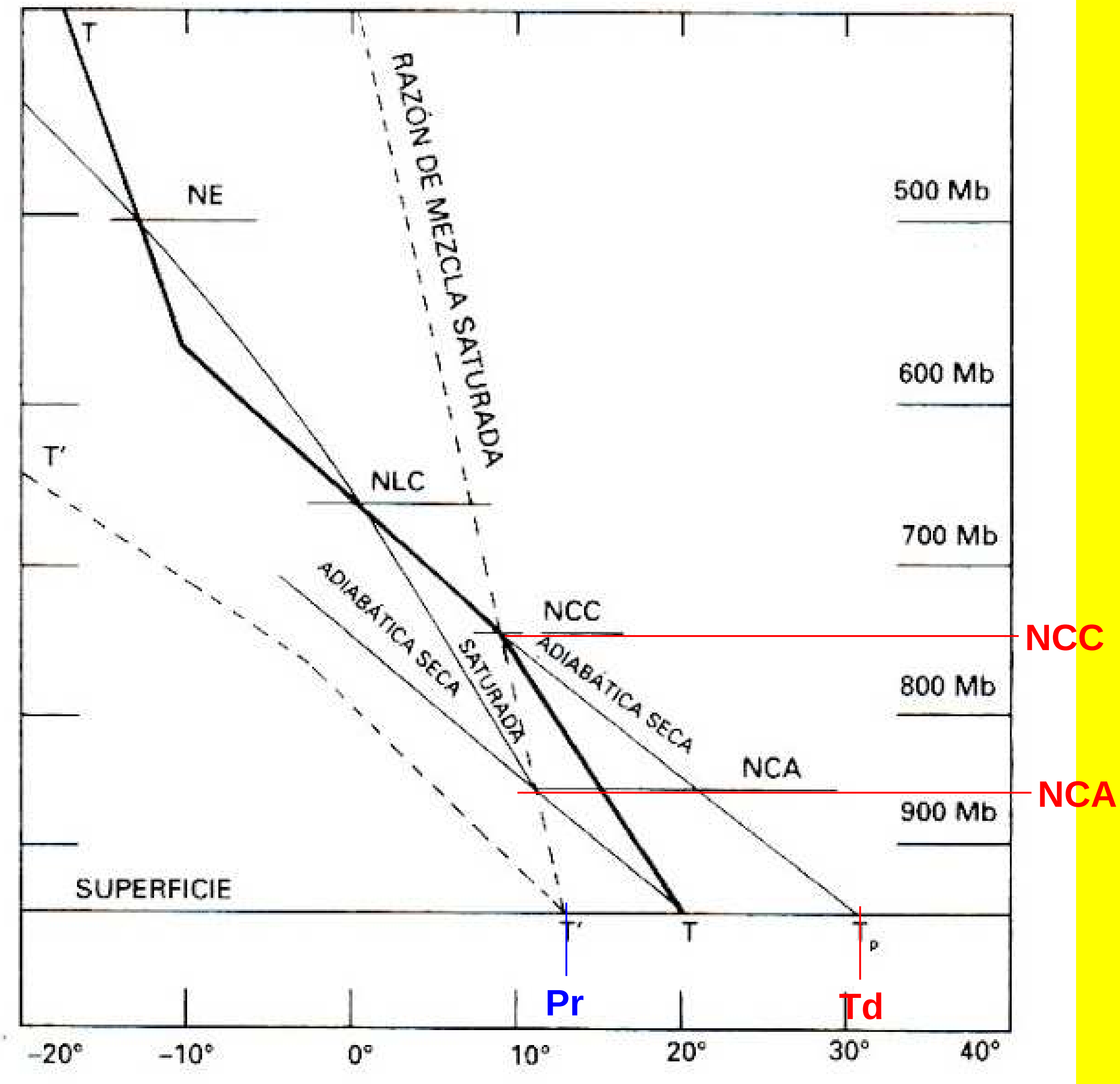
Diagrama de Stüve. aire húmedo



Fuente:

Manuel Ledasma y Gabriel Baleriola Meteorología Aplicada a la aviación (Thomson Paraninfo)

Diagrama de Stüve. aire húmedo



Fuente:

Manuel Ledasma y Gabriel Baleriola

Meteorología Aplicada a la aviación

(Thomson Paraninfo)