

# CONDUCCIÓN ELÉCTRICA

Dr. José Manuel Donoso

<http://plasmalab.aero.upm.es/~jmdv/>

Dpto. Física Aplicada, ETSIAE, Universidad Politécnica de Madrid

**TOPICS:** Corriente eléctrica, Densidad de corriente, Ley de Ohm, Efecto Joule, Fuerza electromotriz, circuito simple.

# Programa: No hay problemas directos de este tema.

Los contenidos de este tema se han reducido. Se opta por dar conceptos básicos sobre conducción (hasta efecto Joule) y eliminar los problemas específicos, aunque en el tema de Inducción magnética aparecerán problemas con circuitos simples. Dejo en los resúmenes hasta la Ley de OHM para circuito simple y asociación de resistencias.

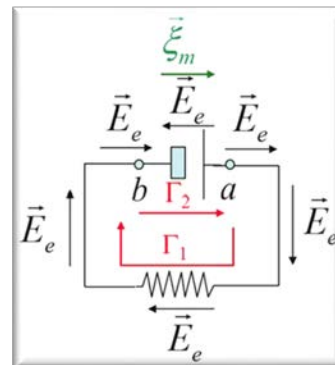
<u>Cond.Elc</u>	<u>18-marzo</u>	<u>18-marzo</u>	<u>2+0</u>
<i>Mag.Vacío I</i>	20-marzo	22-marzo	2+1
<i>Santa SEMANA</i>	Del 23-marzo	al 1 abril	

## Tema 6. CONDUCCIÓN ELÉCTRICA ( DOS HORAS )

### *No hay problemas*

- 6.1 Ecuación de Continuidad en Corrientes Estacionarias.
- 6.2 Ley de Ohm: Local y General. Efecto Joule..
- 6.3 Resistencia. Asociación.
- 6.4 Generador Eléctrico. Campo Electromotor. Fuerza Electromotriz.
- 6.5 Ley de Ohm en el Generador. Balance de Energía.**
- ~~6.6 Leyes de Kirchhoff. 6.7 Método de Intensidades de Malla.~~

$$\left. \begin{aligned} \oint_s \vec{J} \cdot d\vec{S} &= I' = -\frac{dQ}{dt} \\ \int_v \nabla \cdot \vec{J} dv &= -\frac{d}{dt} \int_v \rho dv \end{aligned} \right\} \rightarrow \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$



$$V_a - V_b = \mathcal{E} - I r$$

$$\mathcal{E} = I r + I R \Rightarrow \mathcal{E} I = I^2 r + I^2 R$$

# Densidad de Corriente Eléctrica $\mathbf{J}$

- El equilibrio electrostático de un conductor puede romperse aplicando diferencia de potencial entre dos puntos del medio: aparece un campo eléctrico capaz de mantener cargas en movimiento, de sostener una corriente eléctrica que se caracteriza por el **vector densidad de corriente** en  $\text{Amperios}/\text{m}^2$  : (transporte de carga en el medio, cada carga con velocidad  $v_j$ )

$$\vec{\mathbf{J}} = \frac{\sum_{j=1}^{j=\delta N} q_j \vec{v}_j}{\delta v} = \frac{\sum_j q_j \vec{v}_j}{\delta N} \frac{\delta N}{\delta v} \Rightarrow \text{si sólo hay una especie } q_j = q_a :$$
$$\vec{\mathbf{J}}_a = q_a n_a \langle \vec{v} \rangle ; n = \frac{\delta N}{\delta v} (\text{m}^{-3}), \langle \vec{v} \rangle = \frac{\sum_j \vec{v}_j}{\delta N} \text{ (velocidad promedio)}$$

- Es *función de la carga del portador*, de la *densidad* numérica  $n$  (portadores por  $\text{m}^3$ ) de esta especie y de la *velocidad promedio* de los portadores en el material. Para varias especies de portadores como por *ejm. electrones  $e$*  y un tipo de *iones de carga positiva*:

$$\vec{\mathbf{J}} = -|q_e| n_e \langle \vec{v} \rangle_e + q_i n_i \langle \vec{v} \rangle_i$$

- Notar que la densidad de *corriente electrónica* lleva *sentido opuesto al de la velocidad* media de los electrones mientras que la parte iónica fluye en el mismo sentido que la velocidad de portadores. Supondremos  $\mathbf{J}$  en **régimen estacionario** (no varía con el tiempo).

# Ley de OHM (microscópica)

- Un  $\mathbf{E}$  pequeño mueve portadores, dando corriente intensa (por valor alto de  $n$ ).
- Si en el medio conductor se ha establecido **corriente estacionaria** los portadores se mueven a velocidad promedio constante en el tiempo. Despreciando efectos oscilatorios, cada portador sufre una fuerza de frenado proporcional a su velocidad, hasta equilibrar la fuerza del campo  $\mathbf{E}$  :

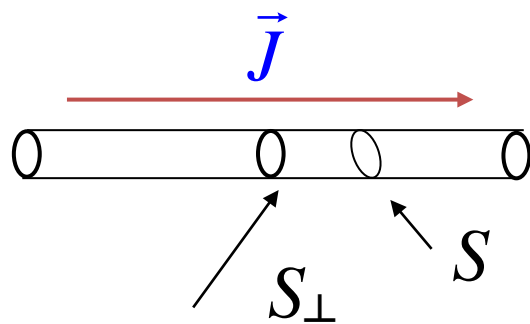
$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} + \frac{\dot{x}}{t_c} + \omega_0^2 x &= q_e E / m \\ \text{si } \ddot{x} = 0, \omega_0^2 &\sim 0 = \\ \dot{x} = \langle v \rangle_e &= \frac{t_c q_e E}{m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \vec{J} &= q_e n_e \langle v \rangle_e = \frac{q_e^2 n_e t_c}{m_e} \vec{E} \\ \vec{J}(\vec{r}) &= \sigma_c \vec{E}(\vec{r}) \end{aligned} \right.$$

- La corriente y el campo estacionarios son proporcionales (**Ley de Ohm**). No es una ley general, no es ley de Maxwell, es **ley constitutiva**, sólo se verifica en **materiales** o medios llamados **óhmicos**, como metales.
- $\sigma_c$  es la **Conductividad del material**, medida en Siemens/metro  $-S/m = \Omega^{-1} m^{-1} = (A/V) m^{-1}$  – que puede ser un tensor (matriz) para medios anisótropos como ciertos cristales.
- El medio conductor se caracteriza por una conductividad  $\sigma_c$  que depende del tipo de portadores, su densidad, y del parámetro de **fricción por colisiones**  $1/t_c$  propio del material,

# Intensidad de corriente

- Interesa el caso de corriente que fluye **en conductores de sección pequeña** (hilos de corriente) por lo que se define:

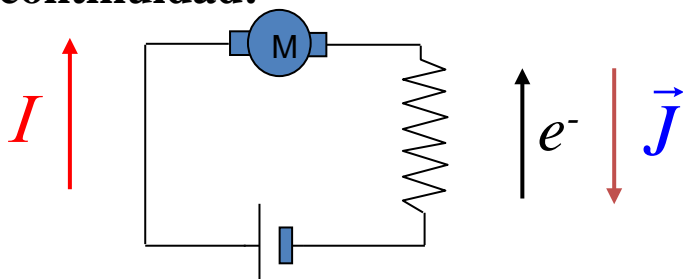
• **Intensidad de corriente eléctrica I (en Amperios)** como el flujo del vector densidad de corriente a través de una sección del medio (a través de la sección perpendicular al vector).



$$I = \int_{S_{\perp}} \vec{J} \cdot d\vec{S}_{\perp} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_S q_e \frac{dN}{dV} \langle \vec{v} \rangle \cdot d\vec{S} = q_e \frac{dN}{dV} v S_{\perp} =$$

$$= q_e \frac{dN}{S_{\perp} dl} \frac{dl}{dt} S_{\perp} = \frac{q_e dN}{dt} = \frac{dq}{dt} \quad (\text{en } A = C / s)$$

$I = dq/dt$  da la carga que fluye por una sección del hilo en cada unidad de tiempo, es **escalar**, pero en hilos se representa con el sentido de  $\vec{J}$  (opuesto a movimiento de electrones). Para un volumen de conductor, se da el **balance de carga o ecuación de continuidad**:



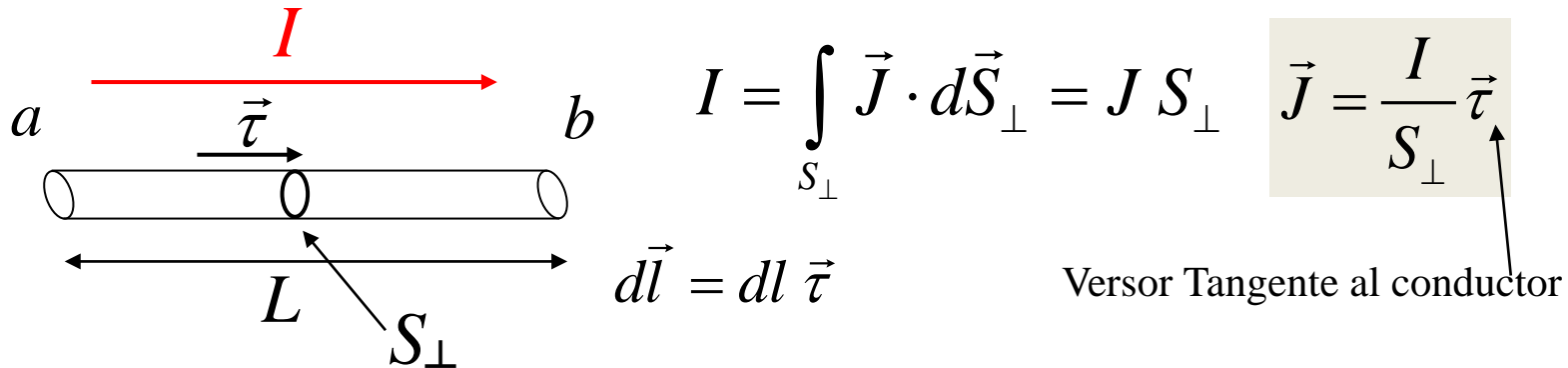
$$\left. \begin{aligned} \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = I' = -\frac{dQ}{dt} \\ \int_v \nabla \cdot \vec{J} dv = -\frac{d}{dt} \int_v \rho dv \end{aligned} \right\} \rightarrow \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Fuentes de J : variación temporal de  $\rho$

# Ley de Ohm en circuitos

• Ya que el flujo de la densidad de corriente a través de una superficie es la intensidad  $I$  de corriente, medida en Amperios (C/s).

Para un elemento de hilo de corriente (sección pequeña) en el que hay diferencia de potencial, la ley queda:



$$I = \int_{S_{\perp}} \vec{J} \cdot d\vec{S}_{\perp} = J S_{\perp} \quad \vec{J} = \frac{I}{S_{\perp}} \vec{\tau}$$

$$d\vec{l} = dl \vec{\tau}$$

Versor Tangente al conductor

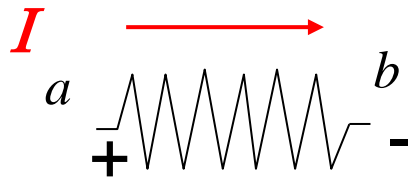
$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_a^b \frac{\vec{J}}{\sigma_c} \cdot d\vec{l} = - \int_a^b \frac{I}{S_{\perp} \sigma_c} \vec{\tau} \cdot d\vec{l} = - I \int_a^b \frac{dl}{S_{\perp} \sigma_c} \Rightarrow$$

$$V_a - V_b = I R_{a,b} \text{ con } R_{a,b} = \int_a^b \frac{dl}{\sigma_c S_{\perp}} = \int_a^b \rho_c \frac{dl}{S_{\perp}} \text{ con } \begin{cases} \text{resistividad } \rho_c \\ \rho_c = 1 / \sigma_c = \eta \end{cases}$$

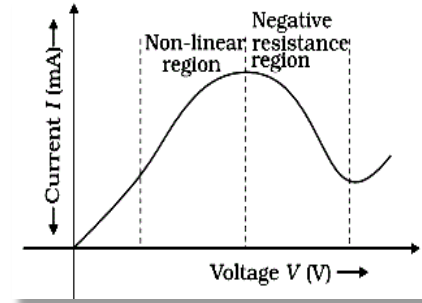
• Que **define** el *sentido de circulación de la corriente* (de mayor a menor potencial); la constante  $R$  (**positiva medida en Ohmios  $\Omega$** ) es la **resistencia** del tramo de circuito entre los punto a y b.

# Ley de Ohm en circuitos

- La diferencia de potencial entre dos puntos de un conductor de resistencia  $R$  es proporcional a la intensidad  $I$  que circula (de mayor a menor potencial) por el mismo.

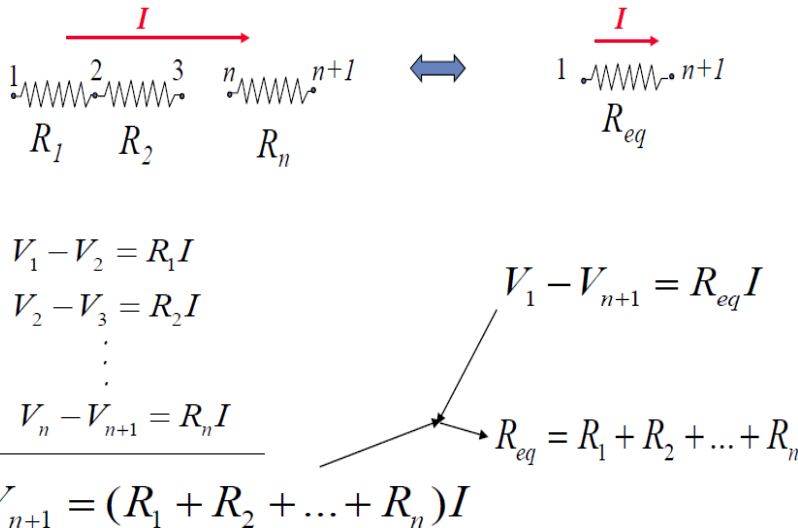


$$V_a - V_b = I \int_a^b \frac{dl}{S_{\perp} \sigma_c} = I R, \quad 1 \Omega = \frac{1V}{1A}$$

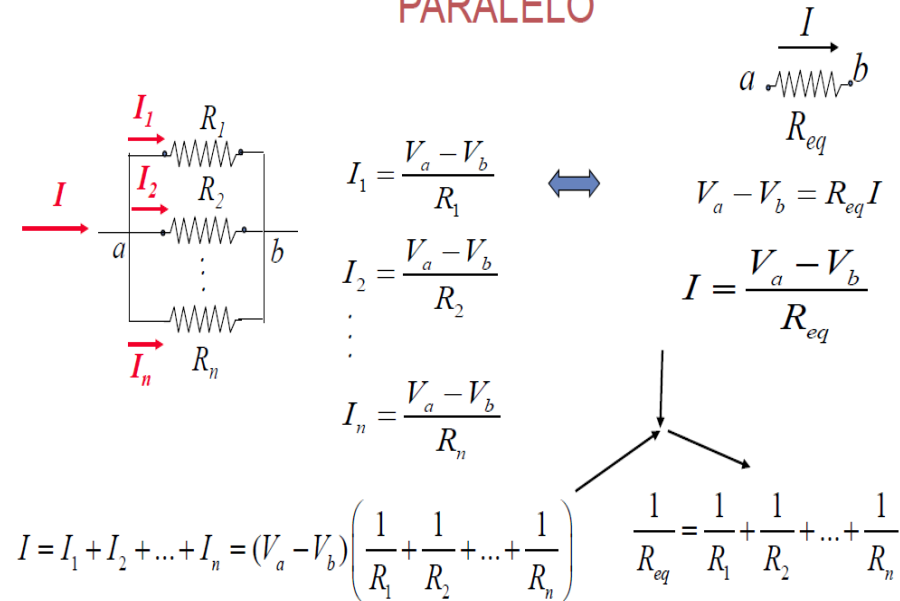


- **NOTA:** Las resistencias se asocian en *serie* o en *paralelo* en un circuito, como con circuitos de condensadores, hay que calcular la resistencia equivalente de la asociación.

## SERIE



## PARALELO



# Efecto Joule

- El *movimiento de portadores* en medio resistivo provoca *efectos de disipación* de energía por fuerzas de fricción (interacción entre cargas)
- El *trabajo realizado por el campo* sobre los portadores finalmente genera *Perdida de energía hacia el exterior, calor hacia el medio.*
- El *trabajo realizado por E* aplicado sobre las cargas *por cada unidad de tiempo* (potencia suministrada) es :

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dq \Delta V}{dt} = I \Delta V \rightarrow$$

$$P = I(V_a - V_b) = I^2 R = \frac{(V_a - V_b)^2}{R}$$

- Esta *energía depositada por E* pasa a *energía interna del material* y después al exterior.

Un material superconductor a muy baja temperatura apenas genera disipación y crean campos magnéticos enormes por la elevada corriente que circula en ellos.

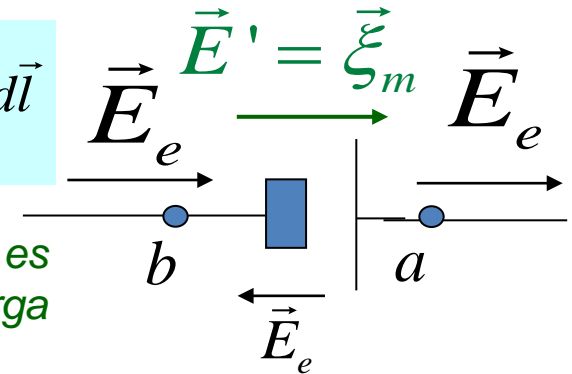


# Fuerza electromotriz

- **Generador:** dispositivo que mantiene en el conductor diferencia de potencial y establece régimen de corriente.
- Para **mantener la corriente** en un medio (hilo) se requiere un **trabajo**  $\delta W$  **para bombear** carga dentro del **generador**, el trabajo lo realiza fuerza  $F'$ , que por cada unidad de carga ( $F'/Q$ ) representa un **campo efectivo**, llamado **electromotor** (con unidades de  $E$ , **fuerza por unidad de carga**  $F'/q$  en V/m)

$$\vec{E}' = \frac{\vec{F}'}{\Delta q} = \vec{\xi}_m$$

$$\varepsilon = \frac{\delta W}{\Delta q} = \int_{a, \Gamma_{\text{int}}}^b \frac{(\Delta q \vec{E}') \cdot d\vec{l}}{\Delta q} = \int_{a, \Gamma_{\text{int}}}^b \vec{E}' \cdot d\vec{l}$$



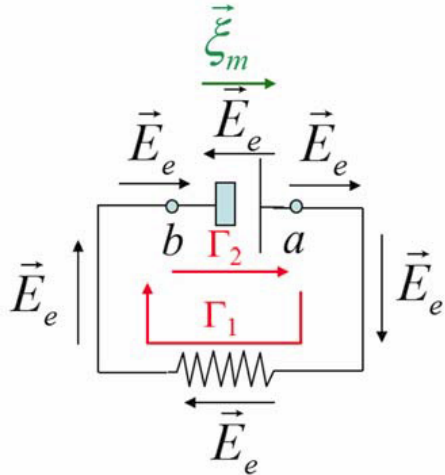
**Campo electromotor** (definición formal en los apuntes) no es electrostático como sí lo es  $\mathbf{E}_e$ , que produce separación de carga libre en generador para mantener corriente .

- Es responsable de llevar los electrones del borne positivo al negativo o los iones positivos del polo negativo al positivo. El trabajo realizado por éste por unidad de carga transportada es **trabajo de naturaleza no eléctrica** (por ejemplo química , con reacciones redox).
- En *pilas*, por ejemplo,  $E'$  lo genera el **gradiente del potencial químico** por unidad de carga de una sustancia, es el efecto que mueve los iones. En general  $\mathbf{E}'$  **no tiene origen eléctrico** (generalmente químico o mecánico, como en pilas y alternadores)

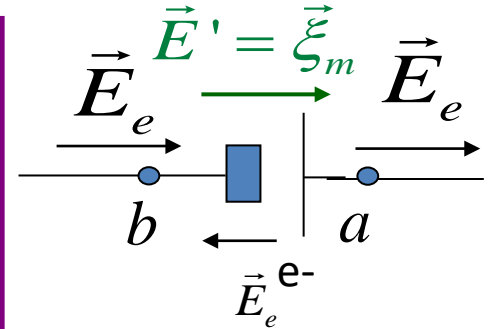
# Fuerza electromotriz. Circuito elemental con resistencia y generador

- El campo electromotor da separación de carga en el generador, establece en el circuito un campo electrostático  $\vec{E}_e$ . **Dentro** del generador, **supuesto** un medio **óhmico** se tiene, para curva (circuito)  $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$ :

$$\vec{J} = \sigma_c (\vec{E}_e + \vec{\xi}_m) \Rightarrow \vec{E}_e = \frac{\vec{J}}{\sigma_c} - \vec{\xi}_m = \frac{\vec{J}}{\sigma_c} - \vec{E}' \text{ (por } \Gamma_2, \text{ orientado de } a \text{ a } b)$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \oint \vec{E}_e \cdot d\vec{l} = 0 \\ \int_{a \Gamma_1}^b \vec{E}_e \cdot d\vec{l}_{ab} + \int_{b \Gamma_2}^a \left( \frac{\vec{J}}{\sigma_c} - \vec{E}' \right) \cdot d\vec{l}_{ba} = 0 \\ (V_a - V_b) + Ir - \varepsilon = 0 \end{array} \right.$$



$$V_a - V_b = \varepsilon - I r$$

- Al *trabajo por cada coulomb* bombeado en generador,  $\varepsilon$ , se le llama **“fuerza electromotriz”**, coincide con la diferencia de potencial entre los bornes cuando  $I=0$ , es el **trabajo realizado por el campo (agente) electromotor por cada unidad de carga** (desplazada dentro del generador).
- $Ir$  se llama **caída de tensión** o de potencial en el generador con **resistencia interna  $r$**

$$\varepsilon = Ir + IR \Rightarrow P = \frac{\delta W}{\delta t} = \frac{\delta W}{\delta q} \frac{\delta q}{\delta t} = \varepsilon I = I^2 r + I^2 R$$

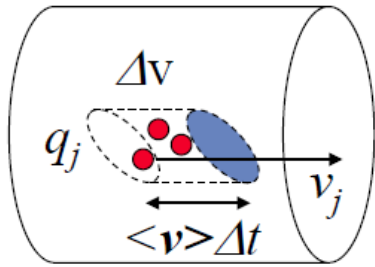
Potencia suministrada por el generador

Potencia disipada en las resistencias exterior)

• **Balance de energía:**  
Potencia suministrada por el generador se disipa en la resistencia (efecto **Joule**, calor al

# Nota: Efecto Joule local en el medio y en un hilo. FIN del TEMA

- El *movimiento de portadores* en medio resistivo provoca *efectos de disipación* de energía.  
El *trabajo realizado por el campo sobre los portadores genera calor hacia el medio*.
- El *trabajo realizado por E sobre las cargas por cada unidad de tiempo y volumen es* :



$$\frac{\delta W}{dt dv} = \frac{\sum_{j=1}^{j=dN, en dv} q_j \vec{E}(\vec{r}_j) \cdot \overbrace{d\vec{r}_j}^{\vec{v}_j dt}}{dt dv} = \frac{dP}{dv} \quad (W / m^3)$$

$$= \underbrace{\sum_j \frac{q_j \vec{v}_j}{dv}}_{\vec{J}(\vec{r})} \cdot \underbrace{\vec{E}(\vec{r}_j)}_{\approx \vec{E}(\vec{r}) (cte. en dv)} \approx \vec{J} \cdot \vec{E} = \sigma_c E^2 = \frac{J^2}{\sigma_c}$$

- Esta *energía depositada por E pasa a energía interna del material y después al exterior*.
- Para un sistema macroscópico como un **hilo** de corriente la *ley de Joule* queda:

$$P = \int_a^b \vec{J} \cdot \vec{E} dv = \int_a^b \vec{J} \cdot \vec{E} (S_{\perp} dl) = \int_a^b I \vec{\tau} \cdot \vec{E} dl = \int_a^b I \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_a^b I \underbrace{(\nabla V \cdot d\vec{l})}_{dv}$$

$$P = I(V_a - V_b) = I^2 R = \frac{(V_a - V_b)^2}{R}$$

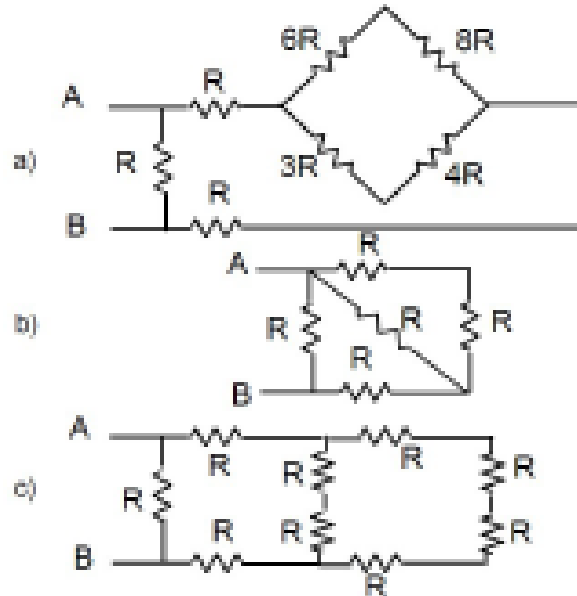
Un material superconductor a muy baja temperatura apenas genera disipación y crean campos magnéticos enormes por la elevada corriente que circula en ellos.

# Apéndices: Problemas y Comentarios (no entran en temario)

# Problemas y comentarios (no entran en temario este año)

## • Problema 6.1

Determinar la resistencia equivalente entre los puntos *A* y *B* de las redes de resistencias de la figura:



## Solución

a)  $R_{eq} = (20/23)R$

b)  $R_{eq} = (5/8)R$

c)  $R_{eq} = (10/13)R$

## APÉNDICE 2 extra: Circuitos no simples: Mallas y nudos. Leyes de Kirchoff

- La ley anterior se **generaliza** para una red compuesta por más de un circuito simple.

- Los **elementos de una red** son :

**Nudo o nodo :** volumen pequeño en el que confluyen tres o más hilos conductores de corriente

**Rama:** Línea de circuito entre dos nudos conteniendo generadores y/o resistencias

**Malla:** Cualquier trayectoria cerrada dentro del circuito, puede ser simple o compuesta por otras simples.

- Resolver un problema de red de un circuito con  **$M$  mallas** y  **$N$  nudos** supone determinar las  **$C$  Corrientes** que circulan **por las  $C$  ramas**.

- Hay  $M$  ecuaciones de malla y  $(N-1)$  ecuaciones de nudos para las  $C$  corrientes de rama:

$$C = M + (N - 1)$$

Por **continuidad de corriente** y por **campo conservativo** se tienen **las reglas de Kirchoff:**

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{S} = \oint \sum_{\text{nodo } j} \frac{I_j}{S_j} dS_j = 0 \Rightarrow \sum_j I_j = 0$$

(en cada nodo)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \sum_i (V_{i+1} - V_i) = \sum_i (V_{a_i} - V_{b_i}) = 0$$
$$\sum_i \mathcal{E}_i = \sum_i I_i (R_i + r_i) \quad (\text{en cada malla})$$

Gustav R. Kirchoff (1824-1887)

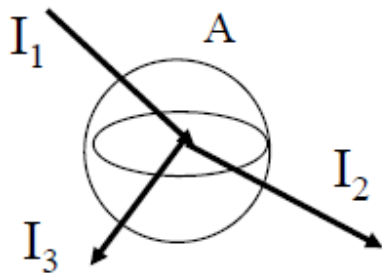
## MÉTODOS Y EJEMPLOS PARA ANÁLISIS DE REDES (ver libro de apuntes)

### Leyes de Kirchhoff

*La ley de conservación de la carga aplicada a una superficie cerrada A que contenga a un nudo conduce a:*

Teorema de la divergencia

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad \downarrow \quad \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \sum_i I_i = 0$$



$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

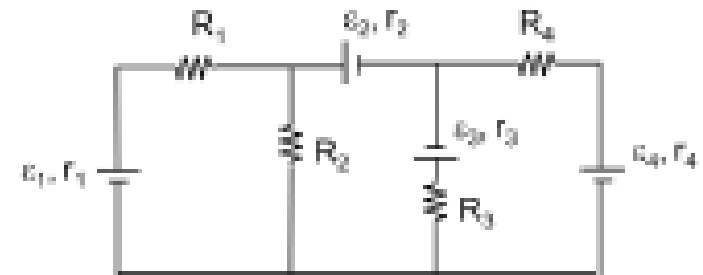
Primera Ley: La suma de intensidades de rama que confluyen en un nudo es cero.

En una red con N nudos sólo hay N-1 ecuaciones de nodo independientes.

## ● Problema 6.2

Para el circuito de la figura con los datos  $\varepsilon_1 = 10\text{ V}$  para  $i = 1, 2, 3$  y  $4$ , resistencias internas  $r_i = 1\ \Omega$  y resistencias  $R_i = 1\ \Omega$ , se pide:

- Las intensidades que circulan por cada rama.
- La potencia que comunica al circuito cada generador así como la potencia que disipan internamente cada uno.
- La potencia disipada en cada una de las cuatro resistencias  $R_i$ .



Datos:  $\varepsilon_i = 10\text{ V}$ , resistencias internas  $r_i = 1\ \Omega$  y las resistencias  $R_i = 1\ \Omega$ , para  $i = 1, 2, 3, 4$ .

Solución :

- $I_{\varepsilon_1} = I_{\varepsilon_2} = 2,5\text{ A}$  ;  $I_{\varepsilon_3} = 3,75\text{ A}$  ;  $I_{\varepsilon_4} = 6,25\text{ A}$  ;  $I_{R_2} = 5\text{ A}$
- $P_1 = P_2 = 18,75\text{ W}$  , ;  $P_3 = 23,44\text{ W}$  ;  $P_4 = 23,44\text{ W}$
- $P_{d1} = P_{d2} = 6,25\text{ W}$  ;  $P_{d3} = 14,06\text{ W}$  ;  $P_{d4} = 39,06\text{ W}$



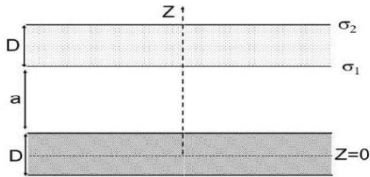
# Problemas (I, ejm. de examen, sólo para trabajo personal. Sin circuitos)

2.5) Se tienen dos rectas infinitas, paralelas y separadas una distancia  $a$  con densidades lineales de carga  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  positivas siendo  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ . Obtener la distancia  $d$  de la recta 1 a la cual se anula el campo electrostático.

Solución:  $d = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} a$

2.16) Una placa infinita de espesor  $D$  está cargada con una densidad volumétrica de carga dada por:

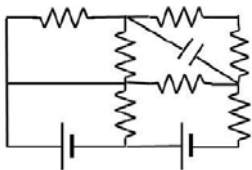
$\rho(z) = \rho_0 \left(\frac{z}{D}\right)^2$ , donde  $z$  es la coordenada que se muestra en la figura. Situada a una distancia  $a$  respecto de la cara superior de la placa anterior se sitúa ahora otra placa metálica de carga nula e igual espesor  $D$  (véase la figura). Calcular la densidad de carga inducida sobre esta placa metálica.



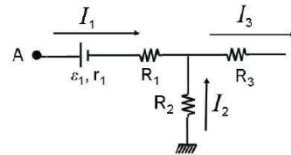
Solución:  $\sigma_1 = -\frac{1}{24} \rho_0 D$ ;  $\sigma_2 = \frac{1}{24} \rho_0 D$

4.3) En el circuito mostrado en la figura todas las resistencias tienen igual valor  $R$ ; las dos pilas son iguales, de fem  $\varepsilon$  y resistencia interna nula; el condensador tiene una capacidad  $C$ . Una vez alcanzado el régimen estacionario, se pide:

- 1) la intensidad que recorre la pila situada a la izquierda.
- 2) la carga almacenada en el condensador.



1)  $I_1 = \frac{13 \varepsilon}{6 R}$   
2)  $Q = \frac{2}{3} C \varepsilon$

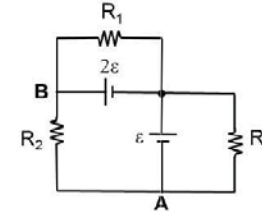


4.14) En la figura se muestra una parte de un circuito. Ésta consta de una pila de fuerza electromotriz  $\varepsilon_1$  y resistencia interna  $r_1$ ; tres resistencias  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ , por las que circulan intensidades  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , respectivamente, en los sentidos indicados en la figura; y una toma de tierra. Calcular el potencial  $V_A$  en el punto A de la figura.

Solución:  $I_1 = 3A$

4.19) El circuito de la figura consta de tres resistencias del mismo valor  $R_1 = R_2 = R_3 = R$ , y dos pilas de f.e.m.  $2\varepsilon$  y  $\varepsilon$  sin resistencia interna. Se pide:

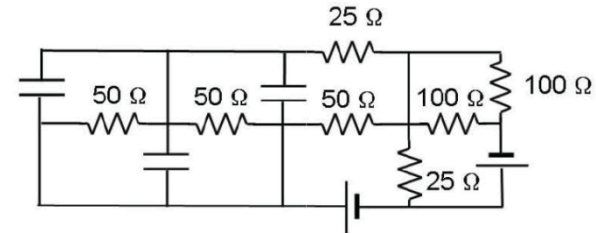
- 1) El valor absoluto de la intensidad de corriente  $I$  que circula por la resistencia  $R_1$ .
- 2) La diferencia de potencial entre los nodos B y A,  $V_B - V_A$ .



Solución:

- 1)  $I = 2\varepsilon / R$
- 2)  $V_B - V_A = 3\varepsilon$

El circuito mostrado en la figura funciona en régimen estacionario. Los dos generadores tienen igual fuerza electromotriz  $\varepsilon = 50$  V y resistencia interna nula  $r = 0$ . Los tres condensadores son iguales, de capacidad  $C = 10$  pF. Se pide:



- 1) La intensidad de corriente que circula por el generador inferior.
- 2) La intensidad de corriente que recorre la resistencia  $R = 25 \Omega$  situada junto a los generadores.
- 3) La intensidad de corriente que recorre cada resistencia  $R = 100 \Omega$ .
- 4) La capacidad total del circuito.
- 5) La carga almacenada en cada uno de los condensadores.

- 1)  $I = 8/5$  A
- 2)  $I = 2/5$  A;
- 3)  $I = 3/5$  A
- 4)  $C = 30$  pF
- 5)  $Q = 200$  pC

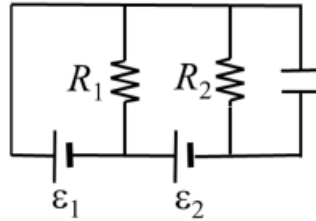
Para cada cuestión indique la respuesta en el recuadro en función de las variables que se solicita, si bien alguna de las variables puede ser innecesaria, entregue en una hoja adjunta todos los cálculos que justifiquen dicha respuesta.

P2. Se tiene un circuito con dos baterías de f.e.m.  $\epsilon_1 = \epsilon$  y  $\epsilon_2 = 2\epsilon$  sin resistencia interna, dos resistencias  $R_1 = R$  y  $R_2 = 2R$ , y un condensador plano-paralelo ideal, de placas en forma circular de diámetro  $D = 10d$  y separación  $d$ . En su interior hay un disco dieléctrico de permitividad eléctrica relativa  $\epsilon_r = 2$  que encaja perfectamente en el espacio entre placas. Una vez alcanzado el régimen estacionario, se pide:

1) Intensidad que circula por la batería  $\epsilon_1$  en valor absoluto:

(Expresar el resultado en función de  $\epsilon$  y  $R$ )

$|I_1| =$



2) Potencia disipada en la resistencia  $R_1$ :

(Expresar el resultado en función de  $\epsilon$  y  $R$ )

$P_{R_1} =$

3) La carga que adquiere el condensador:

(Expresar el resultado en función de la permitividad del vacío  $\epsilon_0$ ,  $\epsilon$  y  $d$ )

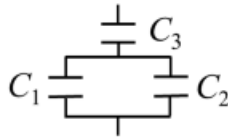
$Q =$

Se sustituye el condensador anterior por la red de condensadores que se muestra en la figura formada por tres condensadores de valor:  $C_1=C_3=C$  y  $C_2=2C$  y se espera a alcanzar nuevamente el estado estacionario. Se pide:

4) La energía electrostática almacenada en la red de condensadores es:

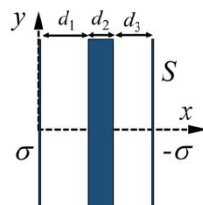
(Expresar el resultado en función de  $C$  y  $\epsilon$ )

$U_e =$



5) La carga que adquiere el condensador  $C_1$  es:

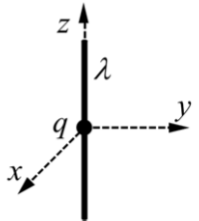
Se tiene un condensador formado por dos placas plano-paralelas, de sección  $S$ , separadas una distancia  $d$ , desconectadas de la batería y cargadas con densidades superficiales opuestas de valor  $\sigma (>0)$ . En el interior, y de forma paralela a dichas placas, hay un conductor sin carga neta en forma de lámina de la misma sección y espesor  $d_2$ . Por tanto, el espacio entre placas se encuentra dividido en tres regiones de izquierda a derecha (véase Fig.): una de anchura  $d_1=d/2$  ocupada por el vacío, otra de anchura  $d_2=d/3$  ocupada por el conductor, y otra de anchura  $d_3$  ocupada por el vacío ( $d_1+d_2+d_3=d$ ). (Nota: Despréciense efectos de borde, considere nulo el campo fuera de las placas).



- A)  $|\Delta V| = (\sigma / \epsilon_0)d$  C)  $|\Delta V| = (\sigma / \epsilon_0)(d / 3)$ 
B)  $|\Delta V| = (\sigma / \epsilon_0)(2d / 3)$  D)  $|\Delta V| = (\sigma / \epsilon_0)(d / 2)$ 
E) Ninguna de las anteriores.

Para cada cuestión se dan 5 respuestas. Marcar en la plantilla adjunta sólo la que se considere correcta.

En el espacio se tiene la siguiente configuración de carga (véase Fig.): una carga puntual  $q$  en el origen de un sistema cartesiano y un hilo indefinido de densidad lineal de carga  $\lambda = q/a$ , siendo  $a$  una longitud, en el eje  $Oz$ . Se verifica que:



1) La componente  $x$  del campo electrostático,  $E_x$ , en el punto  $P=(a, 2a, 0)$  es:

- A)  $E_x(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \frac{(1+2\sqrt{10})}{10^{3/2}}$  C)  $E_x(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \frac{(1+2\sqrt{26})}{26^{3/2}}$ 
B)  $E_x(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \frac{(1+2\sqrt{5})}{5^{3/2}}$  D)  $E_x(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \frac{(1+2\sqrt{17})}{17^{3/2}}$ 
E) Ninguna de las anteriores.

2) El potencial  $V$  creado únicamente por el hilo indefinido en el punto  $P$  tomando como referencia el punto  $Q=(a, a, 0)$ ,  $V(Q)=0$ , es:

- A)  $V(P) = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 a} \ln(\sqrt{5})$  C)  $V(P) = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 a} \ln(\sqrt{17/2})$ 
B)  $V(P) = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 a} \ln(\sqrt{5/2})$  D)  $V(P) = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 a} \ln(\sqrt{13})$ 
E) Ninguna de las anteriores.

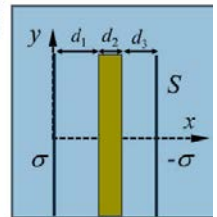
3) El trabajo  $W$  que realiza el campo para mover una carga  $q$  desde el punto  $P$  al punto  $Q$  es:

- A)  $W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left[ -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{5}} + 2\ln(\sqrt{2/5}) \right]$  C)  $W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left[ -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{10}} + 2\ln(\sqrt{1/5}) \right]$ 
B)  $W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left[ -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{17}} + 2\ln(\sqrt{2/17}) \right]$  D)  $W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left[ -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{26}} + 2\ln(\sqrt{1/13}) \right]$

Sustituya el conductor del problema anterior por un dieléctrico de permitividad relativa  $\epsilon_r=2$  con las mismas dimensiones. Ahora se verifica que:

6) La densidad superficial de carga de polarización en la cara del dieléctrico más cercana a la placa positiva  $\sigma_p$  es:

- A)  $\sigma_p = \sigma$  C)  $\sigma_p = -\sigma$ 
B)  $\sigma_p = -2\sigma / 3$  D)  $\sigma_p = -\sigma / 2$ 
E) Ninguna de las anteriores.



7) Si la capacidad del condensador cuando no existe el dieléctrico interior es  $C_0$ , la capacidad  $C$  del condensador con dieléctrico es:

- A)  $C = 9C_0 / 7$  C)  $C = 6C_0 / 5$ 
B)  $C = 8C_0 / 5$  D)  $C = 8C_0 / 7$