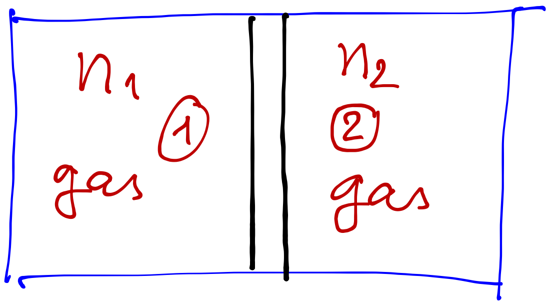

En el estado inicial

Prob. 1.4

$$\left.\begin{array}{l} ① \ (n_1, T_1, V_0/2) \\ \\ ② \ (n_2, T_2, V_0/2) \end{array}\right\}$$

Puesto que en estado inicial hay equilibrio y se retira la lámina adiabática se alcanza el equilibrio térmico y la temperatura de ambos depósitos será la misma. Además el émbolo móvil se situará en la posición que permita el equilibrio de presiones de ambos compartimientos.

En el nuevo equilibrio:

$$\left.\begin{array}{l} T_1' = T_2' = T_f \\ p_1' = p_2' = p_f \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} p_1' = \dfrac{n_1 R T_1'}{V_1'} \\ \\ p_2' = \dfrac{n_2 R T_1'}{V_2'} \end{array}\right\} \quad \frac{n_1 R T_f}{V_1'} = \frac{n_2 R T_f}{V_2'} \rightarrow \underbrace{\frac{n_1}{V_1} = \frac{n_2}{V_2}}_{[1]}$$

Al retirar la lámina adiabática la energía del sistema no cambia, a pesar de ser un proceso de no-equilibrio se conserva,

$$U_{TOT} = U_1 + U_2 = cte$$

$$\frac{n_1 R T_1}{\gamma_1 - 1} + \frac{n_2 R T_2}{\gamma_2 - 1} = \frac{n_1 R T_f}{\gamma_1 - 1} + \frac{n_2 R T_f}{\gamma_2 - 1}$$

y $\gamma_1 = \gamma_2$ pues son el mismo gas obtenemos la ecuación

$$n_1 T_1 + n_2 T_2 = (n_1 + n_2) T_f \quad [2]$$

y además tenemos la ligadura

$$V_0 = V_1' + V_2' \quad [3]$$

Las ecuaciones [1-3] son un sistema cerrado

$$[1] \quad \frac{n_1}{V_1'} = \frac{n_2}{V_2'}$$

$$[2] \quad n_1 T_1 + n_2 T_2 = (n_1 + n_2) T_f$$

$$[3] \quad V_0 = V_1' + V_2'$$

De [1] tenemos

$$V_1' = \frac{n_1}{n_2} V_2'$$

y empleando [3]

nos queda

$$V_0 = \frac{n_1}{n_2} V_1' + V_2' \rightarrow V_2' = \frac{n_2}{n_1 + n_2} V_0$$

y sustituyendo $V_1' = \frac{n_1}{n_1 + n_2} V_0$ luego empleando la ec. [3] resulta.

$$T' = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2}$$

y hemos expresado los volumenes y la temperatura finales en función de los datos del problema.

Los incrementos de entropía para cada uno de los gases son;

$$\Delta S_1 = n_1 R\left[\frac{1}{r-1}\, Ln\left(\frac{T'}{T_1}\right) + Ln\left(\frac{V_1'}{V_0/2}\right)\right]$$

$$\Delta S_2 = n_2 R\left[\frac{1}{r-1}\, Ln\left(\frac{T'}{T_2}\right) + Ln\left(\frac{V_2'}{V_0/2}\right)\right]$$

y el cambio de entropía del sistema será

$$\Delta S_{TOT} = \Delta S_1 + \Delta S_2$$ sustituyendo

$$\Delta S_{TOT} = n_1 R\left[\frac{1}{r-1}\, Ln\left(\frac{T'}{T_1}\right) + Ln\left(\frac{2n_1}{n_1+n_2}\right)\right] +$$

$$+ n_2 R\left[\frac{1}{r-1}\, Ln\left(\frac{T'}{T_2}\right) + Ln\left(\frac{2n_2}{n_1+n_2}\right)\right]$$

Para el proceso (B) se desplaza lentamente el émbolo, luego suponemos que la evolución del sistema siempre pasa por estados de equilibrio al comprimir el volumen V_1' hasta $V_0/4$

El cambio de entropía será,

$$\Delta S_1 = n_1 R\left[\frac{1}{r-1}\, Ln\, T'' + Ln\left(\frac{V_0}{4}\right)\right] - n_1 R\left[\frac{1}{r-1}\, ln\,(T_f) + Ln\, V_1'\right]$$

$$\Delta S_2 = n_2 R\left[\frac{1}{r-1}\, Ln\, T'' + Ln\left(\frac{3V_0}{4}\right)\right] - n_2 R\left[\frac{1}{r-1}\, Ln\,(T_f) + Ln\,(V_2')\right]$$

La temperatura de ambos depósitos es la misma pues hay equilibrio térmico y como el sistema está adiabáticamente aislado del exterior $\Delta Q_{TOT} = 0$ y el gas de un depósito gana o pierde entropía a costa del otro. Tendremos

$$\Delta S_{TOT} = 0 = \Delta S_1 + \Delta S_2$$ y sumando las dos

ecuaciones anteriores;

$$0 = \frac{(n_1+n_2)R}{\gamma-1} \ln T'' + n_1 R \ln\left(\frac{V_0}{4}\right) + n_2 R \ln\left(\frac{3V_0}{4}\right) +$$

$$+ \frac{(n_1+n_2)}{\gamma-1} \ln(T_f) - n_1 R \ln(V_1') - n_2 R \ln(V_2')$$

y operando,

$$0 = \frac{n_1+n_2}{\gamma-1}\left[\ln T'' - \ln T_f\right] + n_1\left[\ln\left(\frac{V_0}{4}\right) - \ln(V_1')\right] +$$

$$+ n_2\left[\ln\left(\frac{3V_0}{4}\right) - \ln(V_2')\right]$$

$$0 = \frac{n_1+n_2}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T''}{T_f}\right) + n_1 \ln\left[\frac{n_1+n_2}{4n_1}\right] + n_2 \ln\left(\frac{3(n_1+n_2)}{4n_2}\right)$$

$$\ln\left(\frac{T''}{T_f}\right) = \frac{(\gamma-1)}{n_1+n_2}\left[n_1 \ln\left(\frac{4n_1}{n_1+n_2}\right) + n_2 \ln\left(\frac{4n_2}{3(n_1+n_2)}\right)\right]$$

y finalmente;

$$\frac{T''}{T_f} = \left[\frac{4n_1}{n_1+n_2}\right]^{\frac{(\gamma-1)n_1}{(n_1+n_2)}} \left[\frac{4n_2}{3(n_1+n_2)}\right]^{\frac{(\gamma-1)n_2}{n_1+n_2}}$$

El trabajo se calcula aplicando el primer principio $\Delta U = \cancel{Q} + W$

0 el sist. está adiabáticamente aislado

$$W = \frac{(n_1+n_2)}{\gamma-1} R \left(T'' - T_f\right)$$

puesto que la energía interna del gas ideal de cada depósito sólo depende de su temperatura.