Ecuaciones de Maxwell

Son válidas para los campos $\boldsymbol{E}(\mathbf{r}, t)$ y $\boldsymbol{B}(\mathbf{r}, t)$ en el vacío;

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho_c}{\epsilon_o} \qquad \nabla \wedge \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \qquad \nabla \wedge \boldsymbol{B} = \mu_o \boldsymbol{J}_c + \mu_o \;\; {}_o \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

Los campos electromagnéticos están acoplados y son son creados por la densidad de carga $\rho_c(\mathbf{r}, t)$ y corriente $\mathbf{J}_c(\mathbf{r}, t)$ variables en el tiempo.

Fuerza electromotriz: es la energía por unidad de carga que aparece en un circuito C en un campo eléctrico variable en el tiempo

$$\mathcal{E}_m = \; {}_c \, \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$

Ley de Faraday: Para un circuito C en un triedro en reposo respecto del campo $\boldsymbol{B}(\mathbf{r}, t)$, cuyo elemento de longitud $d\boldsymbol{l}_c$ se mueve con velocidad la fuerza electromotriz es,

$$\mathcal{E}_m = -\int_s \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{s} + \oint_C (\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{B}) \cdot d\boldsymbol{l}_c$$

equivalentemente;

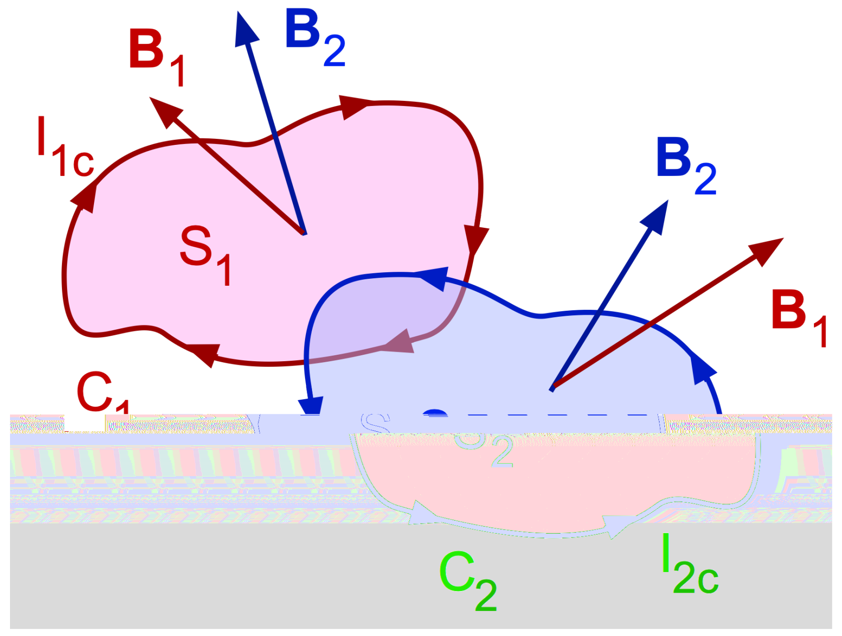
$$\mathcal{E}_m = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \Phi(t) = \int_S \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) \cdot d\boldsymbol{s}$$

donde S es la superficie que define el circuito C.

Coeficientes de autoinducción e inducción mutua: Para un circuito C recorrido por una corriente $I_c(t)$ aplicando la ley de Biot-Savart se tiene,

$$\Phi(t) = \int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{s} = I_c(t) \left[\frac{\mu_o}{4\pi} \int_S \oint_C \frac{d\boldsymbol{l}' \wedge (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|^3} \cdot d\boldsymbol{s} \right] = I_c(t) \times L \qquad \mathcal{E}_m = -L \frac{dI_c}{dt}$$

donde L es el coeficiente de autoinducción. Para dos circuitos próximos se tiene los coeficientes $M_{12} = M_{21}$ de inducción mutua,



$$\Phi_1 = \int_{S_1} \boldsymbol{B}_1 \cdot d\boldsymbol{s}_1 + \int_{S_1} \boldsymbol{B}_2 \cdot d\boldsymbol{s}_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} \qquad \mathcal{E}_1 = -L_1 \frac{dI_{1c}}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

$$\Phi_2 = \int_{S_2} \boldsymbol{B}_2 \cdot d\boldsymbol{s}_2 + \int_{S_2} \boldsymbol{B}_1 \cdot d\boldsymbol{s}_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21} \qquad \mathcal{E}_2 = -L_2 \frac{dI_{2c}}{dt} - M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

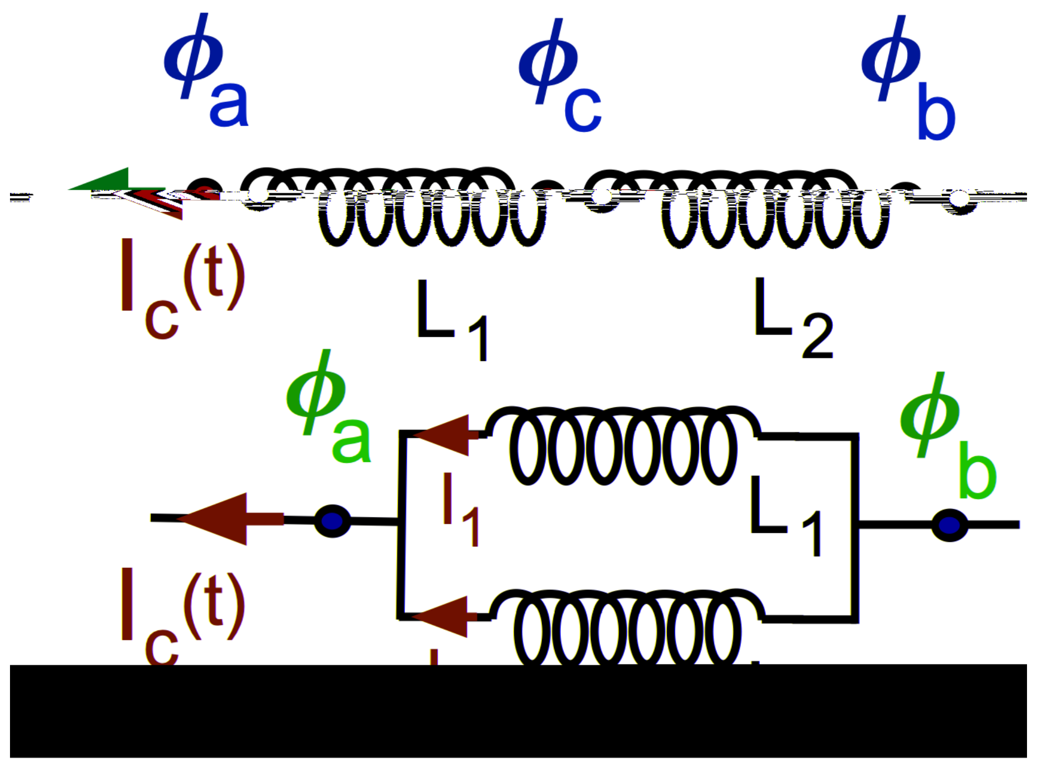
donde $\Phi_{12} = I_{2c} \quad M_{12}$ y la $\Phi_{21} = I_{1c} \quad M_{21}$

La inducción es un elemento de un circuito eléctrico, junto con condensadores y resistencias. La energía que almacena es,

$$U_m = \frac{L}{2} I_c^2 = \frac{\Phi \times I_c}{2}$$

Serie: $\quad L_{eq} = L_1 + L_2$

Paralelo $\quad \dfrac{1}{L_{eq}} = \dfrac{1}{L_1} + \dfrac{1}{L_2}$



Densidad de energía del campo electromagnético.

$$u_m = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{B}$$

$$u_m = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{E}$$

Integrando sobre todo el espacio donde los campos no son nulos.

$$U_m = \frac{1}{2}\int_{Esp.} \boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{B}\,dv$$

$$U_m = \frac{1}{2}\int_{Esp.} \boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{E}\,dv$$

Para un medio lineal donde $\boldsymbol{B} = \mu_o\,\mu_r\,\boldsymbol{H}$ se tiene

$$U_m = \frac{1}{2\,\mu_o\,\mu_r}\int_{Esp.} |\boldsymbol{B}|^2\,dv$$

Corriente de desplazamiento.

Generaliza la densidad de corriente eléctrica

$$\boldsymbol{J} \rightarrow \boldsymbol{J}_c + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$